



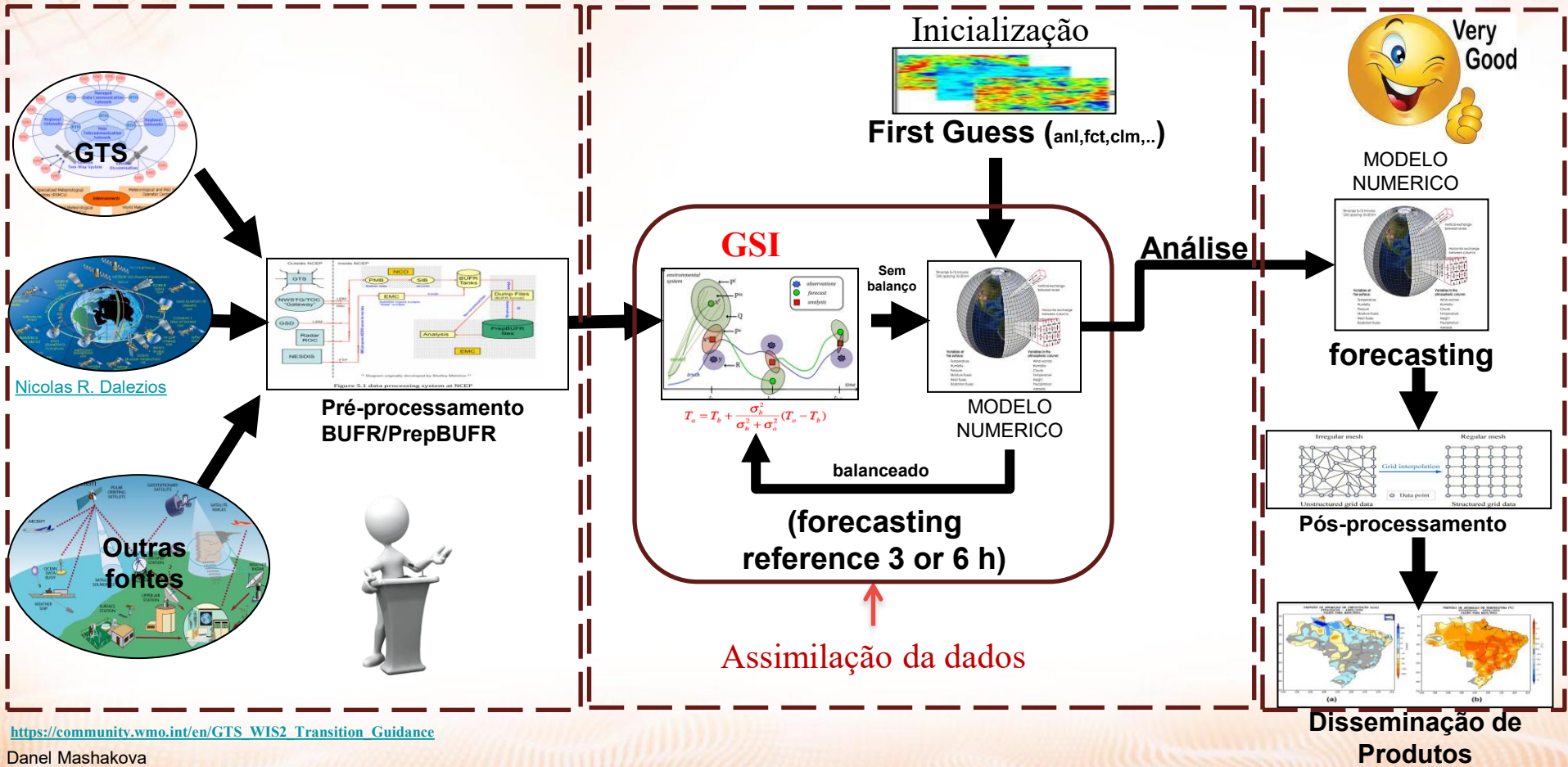
WORK VIII 2025 Eta

WORKSHOP EM MODELAGEM NUMÉRICA DE TEMPO, CLIMA
E MUDANÇAS CLIMÁTICAS UTILIZANDO O MODELO ETA

Introdução à Previsão Numérica de Tempo e Clima

Fundamentos (dinâmica, física)
e Aplicações

0 que será abordado?



Equações Diferenciais Parciais Para Simulações Atmosféricas?

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Delta U = \Delta Q - W$$

$$\text{fluxo} = q = \frac{\text{quantidade atravessando um contorno}}{\text{area do contorno} \times \text{duração do tempo}}$$

•Equação da continuidade

**Estrutura da
atmosfera Estática
Obedece a hidrostática**

**Segue a lei da Equação de estado
para os gases ideais**

**Base para
PNTC**



•Equações de Navier-Stokes (forma primitiva)

$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\rho}{\rho_0} g \delta_{i3} - 2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j u_k + \nu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right)$$

•Equação de energia (termodinâmica)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) T - S_P \omega = \frac{J}{C_p}$$

•Equação da conservação de massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = \frac{S}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{S}{V}$$

•Equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = 0$$

$$P = -\rho g z$$

$$P = \rho R T$$

As Governantes do Estado Médio da Atmosfera

Equações Conservação de Momentum (F=ma)

$$\frac{\partial(\bar{u})}{\partial t} + (\bar{u})\frac{\partial(\bar{u})}{\partial x} + (\bar{v})\frac{\partial(\bar{u})}{\partial y} + (\bar{w})\frac{\partial(\bar{u})}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial x} - 2\Omega\eta_3(\bar{v}) - \nu\frac{\partial^2(\bar{u})}{\partial x^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{u})}{\partial y^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{u})}{\partial z^2} = -\frac{\partial(\overline{u'u'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{v'u'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{w'u'})}{\partial z}$$

$$\frac{\partial(\bar{v})}{\partial t} + (\bar{u})\frac{\partial(\bar{v})}{\partial x} + (\bar{v})\frac{\partial(\bar{v})}{\partial y} + (\bar{w})\frac{\partial(\bar{v})}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial y} + 2\Omega\eta_3(\bar{u}) - \nu\frac{\partial^2(\bar{v})}{\partial x^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{v})}{\partial y^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{v})}{\partial z^2} = -\frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{v'v'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{w'v'})}{\partial z}$$

$$\frac{\partial(\bar{w})}{\partial t} + (\bar{u})\frac{\partial(\bar{w})}{\partial x} + (\bar{v})\frac{\partial(\bar{w})}{\partial y} + (\bar{w})\frac{\partial(\bar{w})}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial z} + g\frac{\bar{p}}{\rho_0} - \nu\frac{\partial^2(\bar{w})}{\partial x^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{w})}{\partial y^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{w})}{\partial z^2} = -\frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{v'w'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{w'w'})}{\partial z}$$

Equação Conservação de Energia (DU=DQ-DW)

$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} + (\bar{u})\frac{\partial(\bar{T})}{\partial x} + (\bar{v})\frac{\partial(\bar{T})}{\partial y} + (\bar{w})\frac{\partial(\bar{T})}{\partial z} - S_p\bar{\omega} = -\frac{\partial(\overline{u'T'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{v'T'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{w'T'})}{\partial z} + \frac{\bar{J}}{C_p}$$

Equação Conservação de Massa (eq continuidade)

$$\frac{\partial(\bar{c})}{\partial t} + (\bar{u})\frac{\partial(\bar{c})}{\partial x} + (\bar{v})\frac{\partial(\bar{c})}{\partial y} + (\bar{w})\frac{\partial(\bar{c})}{\partial z} = -\frac{\partial(\overline{u'c'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{v'c'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{w'c'})}{\partial z} + \bar{S}_c$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = \bar{S}_c \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = \bar{S}_c - \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial x_i}$$

$$P = \rho RT$$

$$P = \rho gH$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{kg_{H_2O}}{kg_{ar}} = \bar{c}$$

$$u_3 = w$$

$$x_3 = z$$

$$\nu \frac{\partial^2(\bar{u}_3)}{\partial x_3^2} \cong 0$$

$$CI, CC, INT-NL, FIS, APROX$$

EDPs / CI e CC / Problema Bem postado/ Mal postado

Problema Bem postado

CI, CC, INT-NL, FIS, APROX

Um problema de condição inicial / contorno **bem postado** tem uma **solução única** que depende **continuamente** das condições iniciais / contorno.

Para problemas **mal postado**, **pequenos erros nas condições iniciais / de contorno podem produzir erros enormes na solução.**

A especificação das condições iniciais e contorno adequadas para uma PDE é essencial para ter um problema bem colocado.

- Se muitas condições iniciais / contorno (**incertas**) forem especificadas, não haverá solução.
- Se poucas condições iniciais / contorno **forem especificados**, a solução não será exclusiva.
- Se o número de condições iniciais / contorno estiver certo , mas forem especificadas **no lugar ou hora errada**, a solução será única, mas não dependerá somente do amortecimento das condições iniciais / contorno .

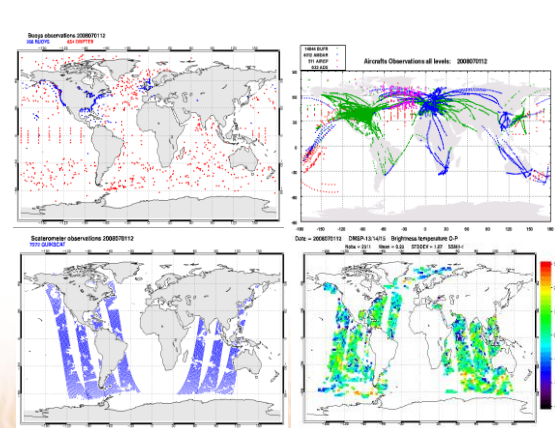
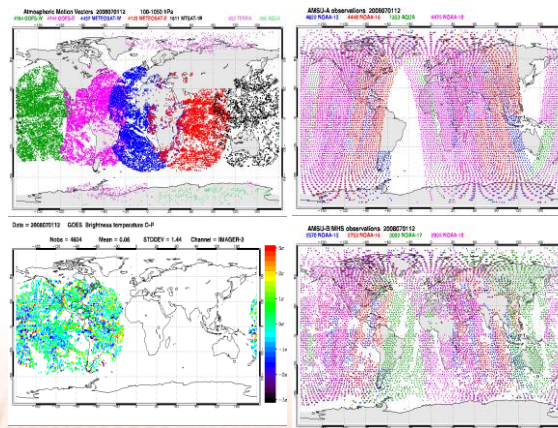
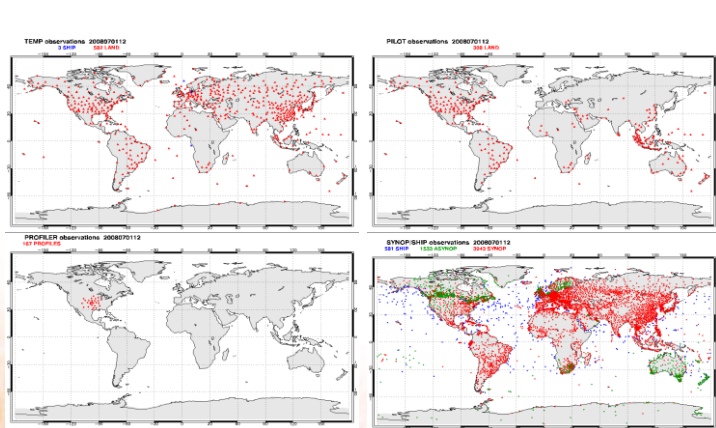
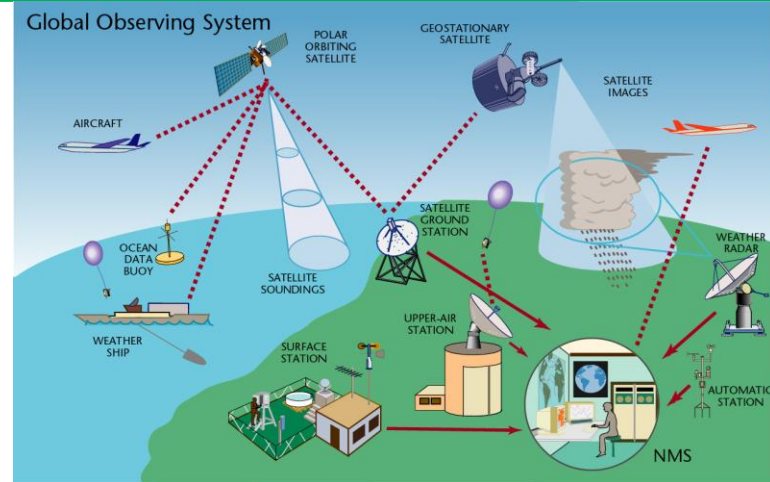
Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / Observações

Os **dados observacionais** geralmente:

1. **não são espaçados regularmente,**
2. **não estão prontos para uso como campos iniciais para um modelo de mesoescala ou NWP,**

porque eles não correspondem à malha da grade do modelo.

Em **algumas áreas**, como sobre o oceano, os dados observacionais **são escassos**.

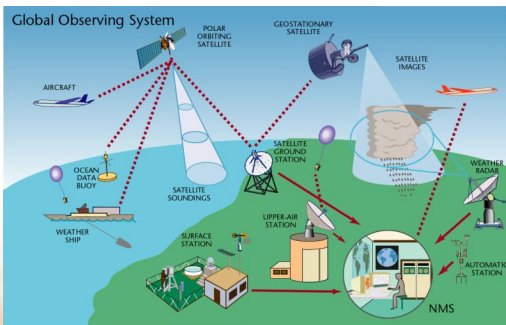


Observação(Erros)

- Observação
- Instrumental
- Calibração
- Codificação
- Transmissão

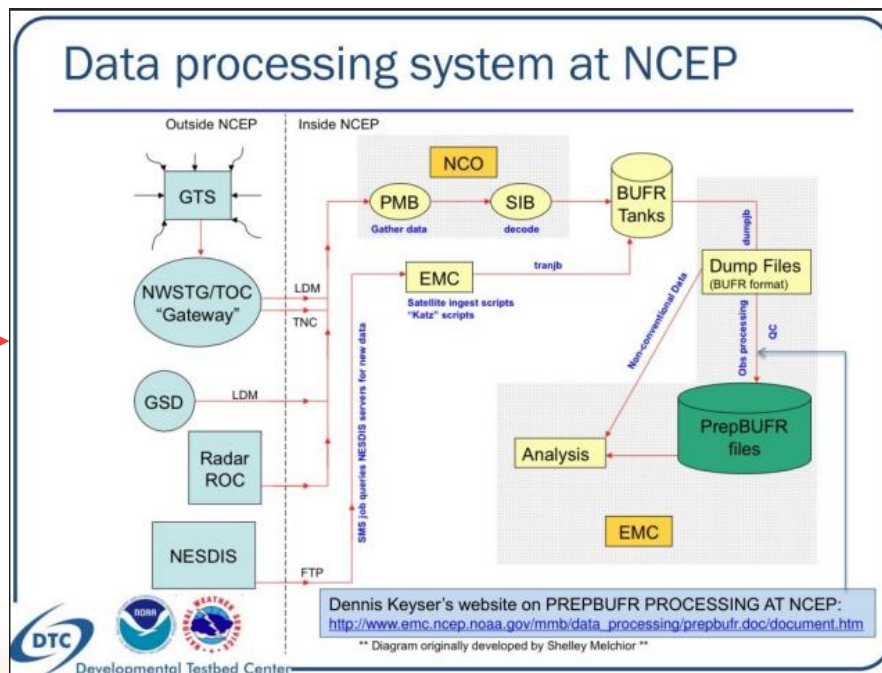
Não é suficiente para gerar a CI e CC

Controle de qualidade



Dados Observacionais

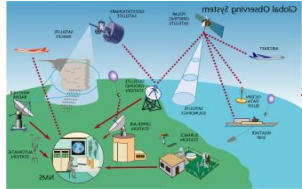
Quais são as Incertezas na observações



Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / Observações

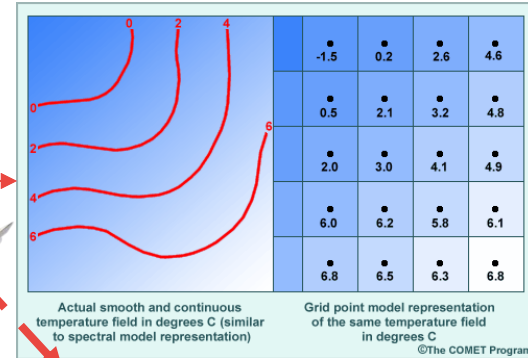
Para modelagem de mesoescala de dados reais ou previsão numérica do tempo, devem.

*os dados observacionais devem ser **modificados** para **reduzir erros***

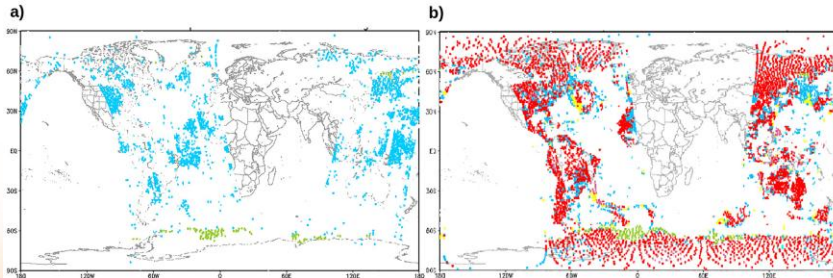


Necessita de técnicas de Assimilação da dados

Não adianta pegar uma sondagem e colocar no modelo



dinamicamente consistentes com as equações governantes do modelo



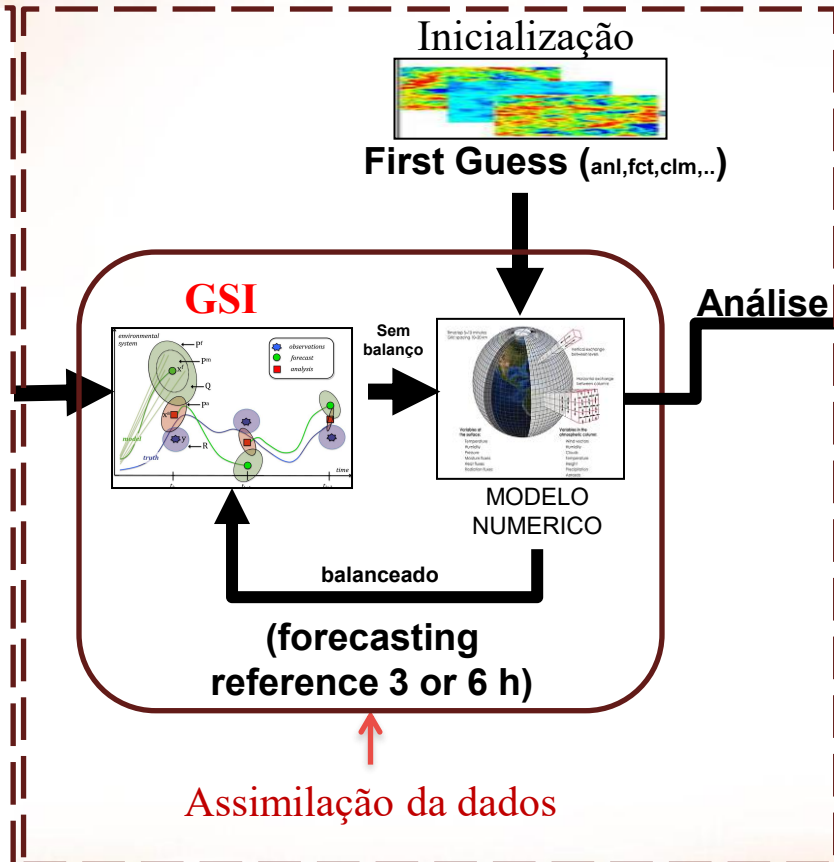
d. Uma breve revisão do 4DDA pode ser encontrada em Lin (2007), Kalnay (2003), Daley (1991), Harms et al. (1992) e Sashegyi e Madala (1994).

Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / Assimilação Dados

Como Gerar
as **Condições**
Inicial e de
Contorno
para as **EDPs**
dos modelo
atmosféricos



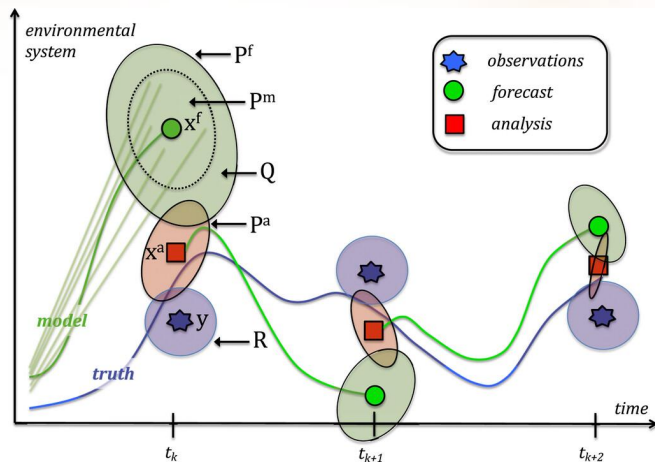
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} \approx \frac{\phi_i^{n+1} - \phi_i^{n-1}}{2\Delta t} + u \frac{\phi_{i+1}^n - \phi_{i-1}^n}{2\Delta x}$$



Disseminação de
Produtos

Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / Assimilação Dados

- Técnica de Assimilação de dados e **teoria de estimação**:



Um problema de condição inicial / contorno bem postado tem uma solução única que depende continuamente das condições iniciais / contorno.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} \approx \frac{\phi_i^{n+1} - \phi_i^{n-1}}{2\Delta t} + u \frac{\phi_{i+1}^n - \phi_{i-1}^n}{2\Delta x}$$

- Há vários **critérios** que são usados para **estimar parâmetros** e **funções**:

- Estimação dos mínimos quadrados
- Mínimos quadrados com restrições
- Máxima verossimelhança
- Mínima variância

Se há incertezas nas CI e CC!

PNT é um problema bem postado?

Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / Assimilação Dados

Métodos

SEQUENCIAL

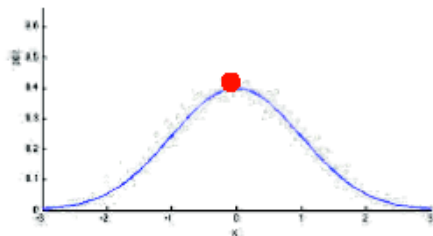
- Interpolação ótima

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_b + \mathbf{B}\mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_b)$$

- EKF, EnKF

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})$$



- $\mathbf{x}_b$ é o vetor de estado do modelo (o "estado de fundo"),
- $\mathbf{B}$ é a matriz de covariância do erro do modelo (erro de previsão),
- $\mathbf{H}$ é o operador de observação,
- $\mathbf{R}$ é a matriz de covariância do erro da observação,
- $\mathbf{y}$ é o vetor de observações,
- $\mathbf{x}$ é o vetor de estado corrigido (análise).

$$T_a = T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_o^2} (T_o - T_b) = T_b + w(T_o - T_b)$$

HIBRIDO

VARIACIONAL

- 3D (espaço)

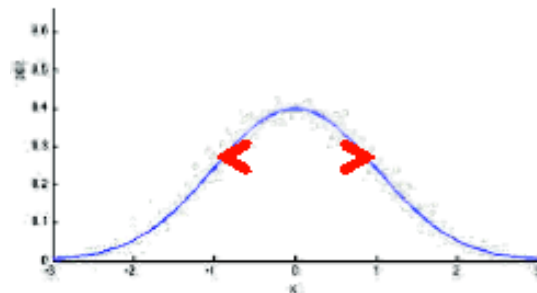
$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) + (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_b + \mathbf{B}\mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_b)$$

- 4D (3d + tempo)

$$J(\mathbf{x}) = \sum_{k=0}^T [(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_b(k))^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_b(k)) + (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k)]$$

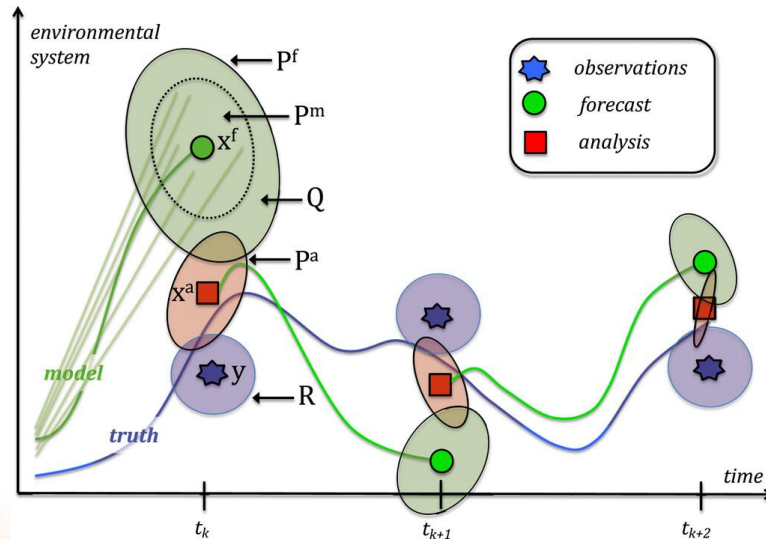
$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_b + \mathbf{B}\mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_b)$$



Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / Assimilação Dados

Análise é uma previsão e observação otimamente combinadas

$$T_a = T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_o^2} (T_o - T_b)$$

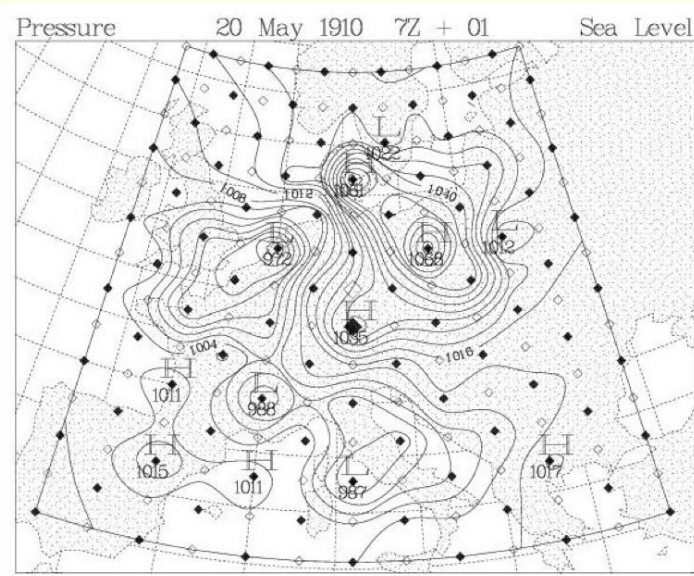


Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / AD/ Inicialização

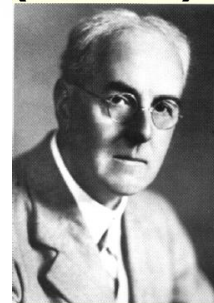
Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Previsão de Richardson

Forecast without Filtering



Short-range forecast of sea-level pressure, from *uninitialized data*. The contour interval is 4 hPa. Single forward time step of size $\Delta t = 3600$ s.



Veja a variação da
pressão de superfície?
Muito alta



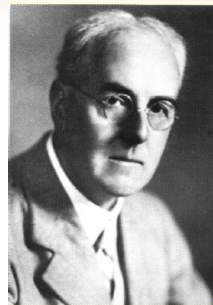
Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / AD/ Inicialização

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Previsão de Richardson

- O próprio Richardson percebeu que as **ondas gravitacionais** eram o problema.
- Ele sugeriu suavização das condições iniciais
E propôs 5 métodos diferentes para isso
- Infelizmente, ele não conseguiu implementá-los devido ao custo computacionais

Mas podemos reproduzir os resultados usando os computadores de hoje

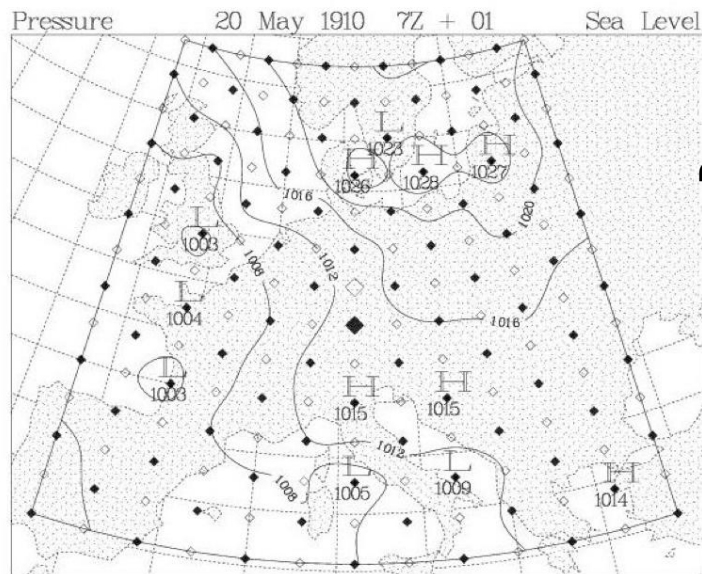
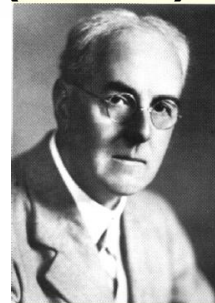


Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / AD/ Inicialização

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Previsão de Richardson

Forecast with Filtering



“Balanceado” as condições iniciais

Veja a variação da
pressão de superfície?
Homogenea

Short-range forecast of sea-level pressure, from *filtered data*. The contour interval is 4 hPa. Single forward time step of size $\Delta t = 3600$ s.

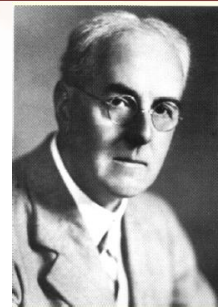


Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / AD/ Inicialização

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Previsão de Richardson

“Balanceado” as condições iniciais



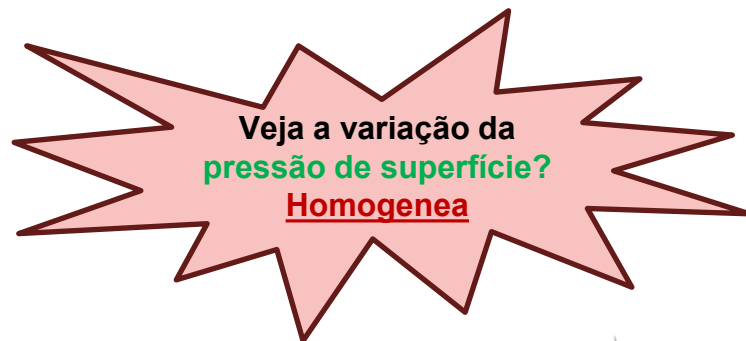
O primeiro experimento NWP de sucesso

- Ondas de gravidade rápidas eram o problema:

Por que não tentar fazer previsões com um **modelo que não possui ondas gravitacionais?**
(John von Neumann, Jule Charney, Ragnar Fjortoft)

- A proposta de pesquisa propôs três usos para o NWP:

- Previsão do tempo
- Planejando onde fazer observações
- Modificação do tempo!

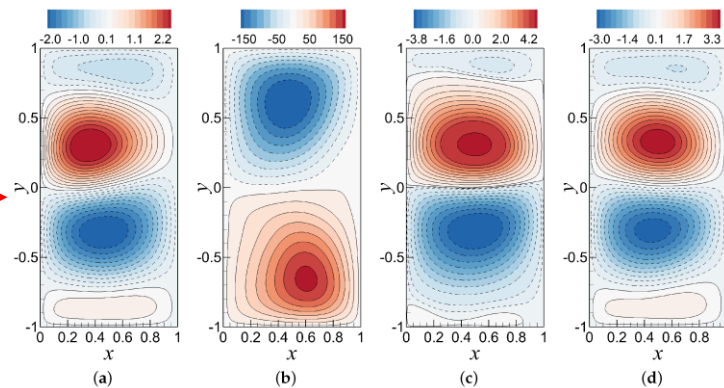
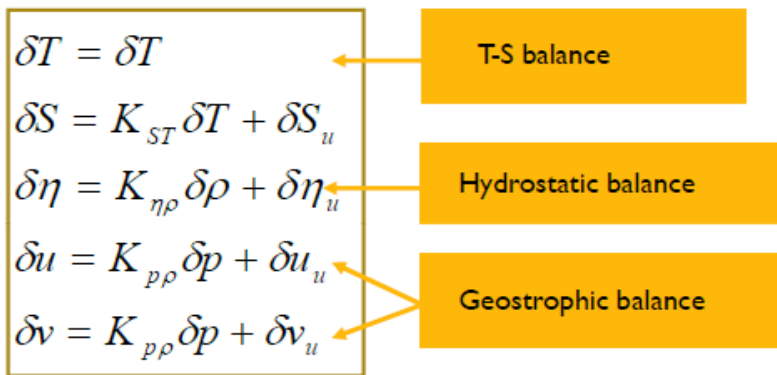


Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / AD/ Inicialização

Assim, o uso desses **dados analisados objetivamente** para inicializar um modelo NWP **pode gerar grandes modos de ondas de gravidade inercial espúrias**.

Portanto, um procedimento adicional, **chamado de inicialização**, é necessário para **forçar os dados** após a análise objetiva **a serem dinamicamente consistentes com a dinâmica do modelo**

Linear Balance Relationships



e permitir que **o modelo integre no tempo com um mínimo de ruído e máxima precisão das previsões**

Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / AD/ Inicialização

Várias técnicas de inicialização foram desenvolvidas e usadas em modelos de mesoescala e NWP, como:

(a) método de amortecimento (damping),

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla^2 P + \nu \nabla^2 D + \dots$$

(b) inicialização estática,

$$\psi = gh_g/f_0$$
$$\phi = gh_g$$

$$V_\psi = k \times \nabla \psi \quad u_g = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v_g = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

(c) método variacional (uma ou mais relações de conservação são aplicadas para minimizar a variância da diferença entre as observações e os campos analisados),

(d) inicialização em modo normal,

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv + \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\varepsilon \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (13.58)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu + \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\varepsilon \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] \quad (13.59)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + c^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\varepsilon \left[\frac{\partial (\Phi u)}{\partial x} + \frac{\partial (\Phi v)}{\partial y} \right] \quad (13.60)$$

$$\hat{\Phi}_R = \frac{c^2}{v_{G+}^2} \left[if(l\hat{u}_0 - k\hat{v}_0) + \frac{f^2}{c^2} \hat{\Phi}_0 \right] \quad (13.66)$$

(e) inicialização dinâmica. (processo de ajuste geostrófico) $\bar{u}^\tau = 3u^\tau - 2u_{**}^\tau$ $u_{**}^{\tau+1} = u^\tau + \Delta t \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^\tau$ $u_{**}^\tau = u_{**}^{\tau+1} - \Delta t \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^{\tau+1}$

Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / AD/ Inicialização

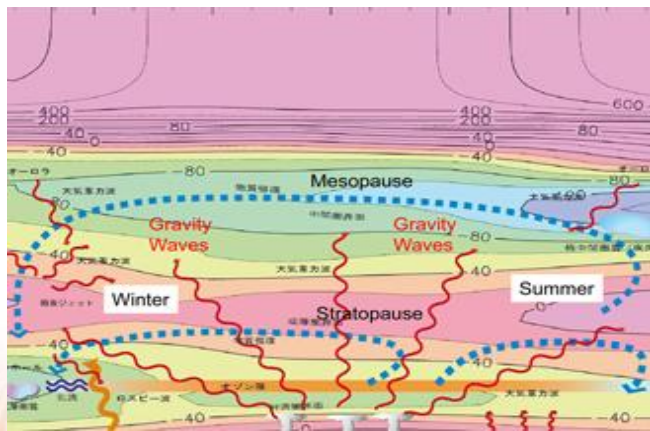
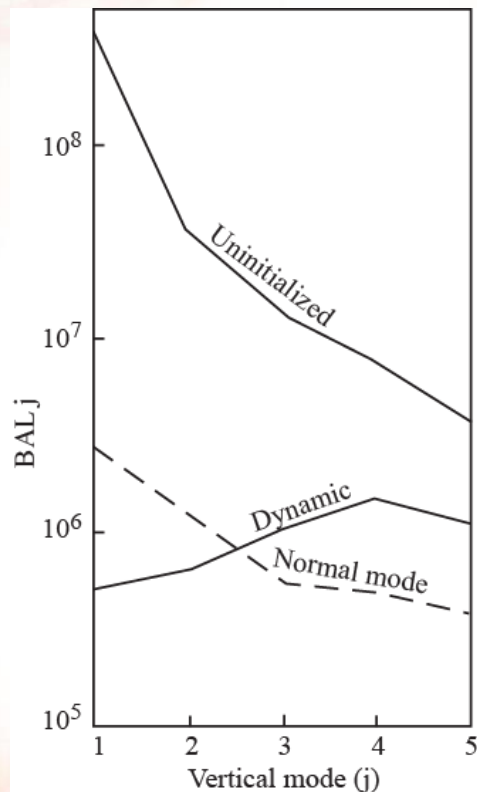
Fig. 13.12: Atividade da onda de gravidade após:

a) **inicialização do modo normal**,

b) **inicialização dinâmica para cinco modos verticais de um modelo baroclínico**

c) **comparada com aquela sem inicialização.**

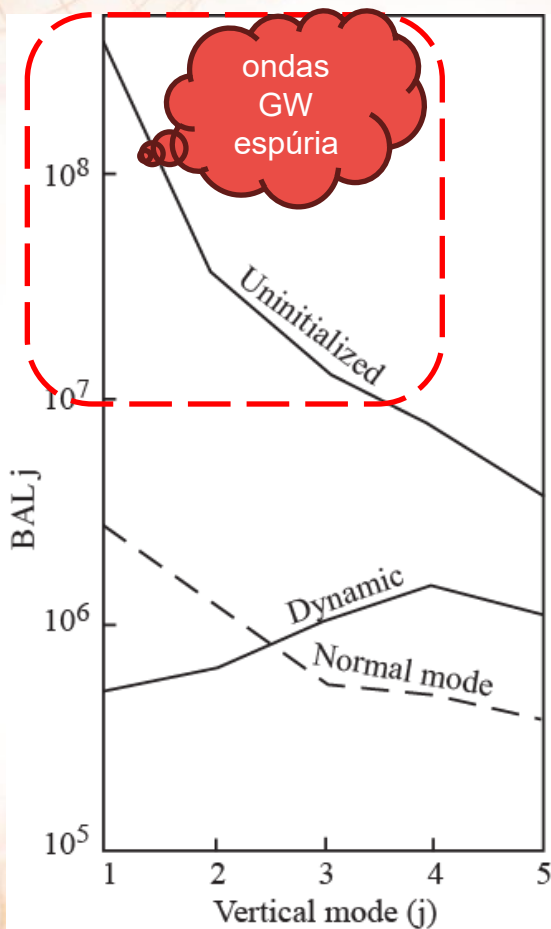
Observe que a **atividade da onda de gravidade é drasticamente reduzida pela inicialização dinâmica.** (Adaptado após Sugi 1986)



$$G_m(P) = \cos\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c_m} P\right) = \cos\left(\frac{P}{P_0} m\pi\right)$$

,m=0,1,2,3...

Equações Diferenciais Parciais/ CI e CC / AD/ Inicialização



$$\frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_j} = - \frac{\partial(\bar{u}_j' \bar{u}_i')}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i} - g \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \delta_{i3} - 2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j(\bar{u}_k) + \nu \frac{\partial^2(\bar{u}_i)}{\partial x_j^2}$$

$$\frac{\partial(\bar{q})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{q})}{\partial x_j} = - \frac{\partial(\bar{u}_j' \bar{q}')}{\partial x_j} + \bar{S}$$

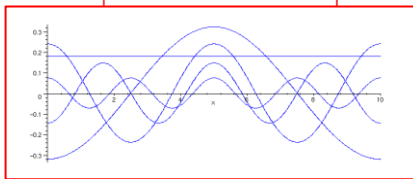
$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{T})}{\partial x_j} = - \frac{\partial(\bar{u}_j' \bar{T}')}{\partial x_j} + \frac{\bar{J}}{C_p} + S_p \bar{\omega}$$

$$u = \sin kx \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}(u^2) = k \sin 2kx$$

$$u_j^n = \sum_{k=1}^{k=\infty} u_k^n e^{ik(j\Delta x)}$$

$$\frac{\partial u_j^n}{\partial x} = \sum_{k=1}^{k=\infty} iku_k^n e^{ik(j\Delta x)}$$

$$\frac{\partial^2 u_j^n}{\partial x^2} = - \sum_{k=1}^{k=\infty} k^2 u_k^n e^{ik(j\Delta x)}$$



Tendências não lineares

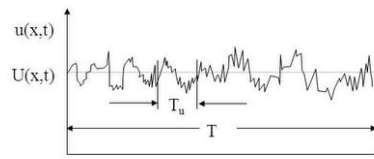
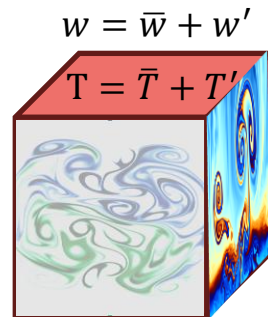
Termos não lineares

EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

Como se realiza as simulações (previsões numéricas de tempo e clima)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)T - S_p \omega = \frac{J}{C_p}$$

$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} + (\bar{u})\frac{\partial(\bar{T})}{\partial x} + (\bar{v})\frac{\partial(\bar{T})}{\partial y} + (\bar{w})\frac{\partial(\bar{T})}{\partial z} - S_p \bar{\omega} = -\frac{\partial(\overline{u'T'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{v'T'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{w'T'})}{\partial z} + \frac{\bar{J}}{C_p}$$



$$w' = w - \bar{w}$$

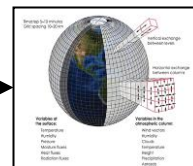
$$T' = T - \bar{T}$$

$$w'T' = wT - w\bar{T} - \bar{w}T + \bar{w}\bar{T}$$

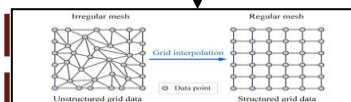
$$H \equiv -\rho c_p w'T'$$



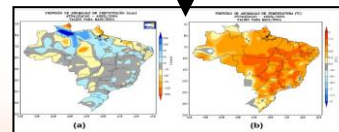
MODELO NUMERICO



forecasting



Pós-processamento



Disseminação de Produtos

EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

Equações Conservação de Momentum (F=ma)

$$\frac{\partial(\bar{u})}{\partial t} + (\bar{u})\frac{\partial(\bar{u})}{\partial x} + (\bar{v})\frac{\partial(\bar{u})}{\partial y} + (\bar{w})\frac{\partial(\bar{u})}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial x} - 2\Omega\eta_3(\bar{v}) - \nu\frac{\partial^2(\bar{u})}{\partial x^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{u})}{\partial y^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{u})}{\partial z^2} = -\frac{\partial(\overline{u'u'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{v'u'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{w'u'})}{\partial z}$$

$$\frac{\partial(\bar{v})}{\partial t} + (\bar{u})\frac{\partial(\bar{v})}{\partial x} + (\bar{v})\frac{\partial(\bar{v})}{\partial y} + (\bar{w})\frac{\partial(\bar{v})}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial y} + 2\Omega\eta_3(\bar{u}) - \nu\frac{\partial^2(\bar{v})}{\partial x^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{v})}{\partial y^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{v})}{\partial z^2} = -\frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{v'v'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{w'v'})}{\partial z}$$

$$\frac{\partial(\bar{w})}{\partial t} + (\bar{u})\frac{\partial(\bar{w})}{\partial x} + (\bar{v})\frac{\partial(\bar{w})}{\partial y} + (\bar{w})\frac{\partial(\bar{w})}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial z} + g\frac{\bar{\rho}}{\rho_0} - \nu\frac{\partial^2(\bar{w})}{\partial x^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{w})}{\partial y^2} - \nu\frac{\partial^2(\bar{w})}{\partial z^2} = -\frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{v'w'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{w'w'})}{\partial z}$$

Equação Conservação de Energia (DU=DQ-DW)

$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} + (\bar{u})\frac{\partial(\bar{T})}{\partial x} + (\bar{v})\frac{\partial(\bar{T})}{\partial y} + (\bar{w})\frac{\partial(\bar{T})}{\partial z} - S_P\bar{\omega} = -\frac{\partial(\overline{u'T'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{v'T'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{w'T'})}{\partial z} + \frac{\bar{J}}{C_p}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{kg_{H_2O}}{kg_{ar}} = \bar{c}$$

$$u_3 = w$$

$$x_3 = z$$

$$\nu\frac{\partial^2(\bar{u}_3)}{\partial x_3^2} \cong 0$$

Equação Conservação de Massa (eq continuidade) $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho\vec{v}}{\partial x_i} = \bar{S}_c \Rightarrow \frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{v}\frac{\partial\rho}{\partial x_i} = \bar{S}_c - \rho\frac{\partial\vec{v}}{\partial x_i}$

$$\frac{\partial(\bar{c})}{\partial t} + (\bar{u})\frac{\partial(\bar{c})}{\partial x} + (\bar{v})\frac{\partial(\bar{c})}{\partial y} + (\bar{w})\frac{\partial(\bar{c})}{\partial z} = -\frac{\partial(\overline{u'c'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{v'c'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{w'c'})}{\partial z} + \bar{S}_c$$

$$P = \rho RT$$

$$P = \rho gH$$

Equação de Transferência Radiativa

$$\mu_i \frac{dI(\tau, \mu_i)}{d\tau} = I(\tau, \mu_i) - \frac{\omega}{2} \sum_{j=-n}^n I(\tau, \mu_j) P_l(\mu_i, \mu_j) a_j - \frac{\omega}{4\pi} P(\mu_i, -\mu_0) I_0 e^{\frac{-\tau}{\mu_0}} + (1 - \omega) B[\theta(\tau)]$$

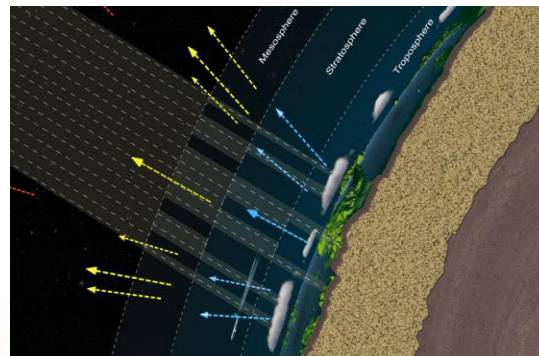
Aproximação two stream (2 fluxos)

$$F_U = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 I(\Omega) \mu d\mu \quad F_D = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{-1} I(\Omega) \mu d\mu$$

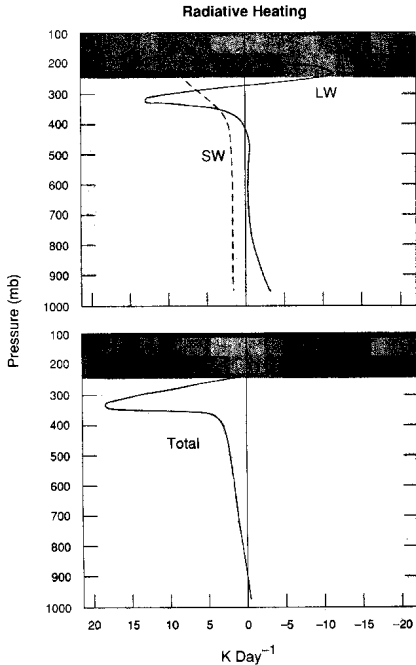
$$\frac{I_\lambda(abs)}{I_\lambda} + \frac{I_\lambda(reflexão)}{I_\lambda} + \frac{I_\lambda(transmissão)}{I_\lambda} = a_\lambda + r_\lambda + t_\lambda = 1$$

$$\frac{dF_D}{d\tau} = -\frac{1}{\mu_0} F_D + \frac{1}{\mu_0} \omega_0 f F_D + \frac{1}{\mu_0} \omega_0 (1-f) F_U$$

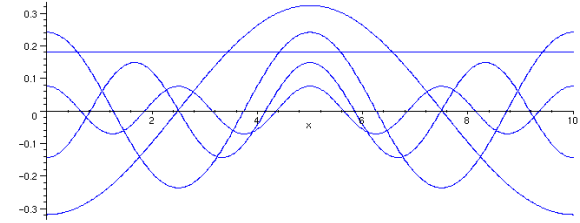
$$\frac{dF_U}{d\tau} = -\frac{1}{-\mu_0} F_U + \frac{1}{-\mu_0} \omega_0 f F_U + \frac{1}{-\mu_0} \omega_0 (1-f) F_D$$



EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

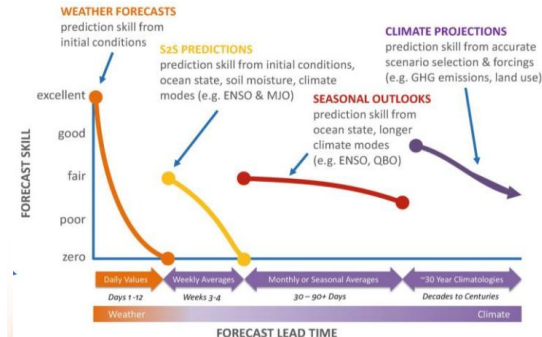


$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} = -\frac{1}{\bar{\rho}c_p} \frac{\partial \bar{F}_j}{\partial x_j}$$



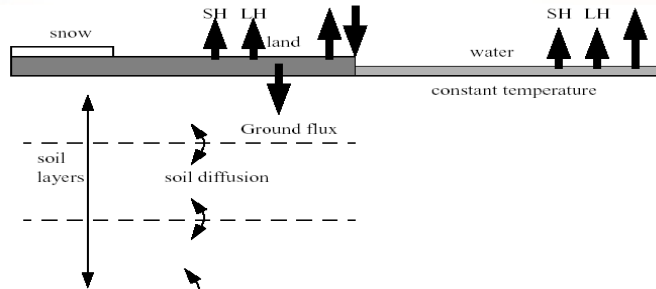
$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} + (\bar{u}) \frac{\partial(\bar{T})}{\partial x} + (\bar{v}) \frac{\partial(\bar{T})}{\partial y} + (\bar{w}) \frac{\partial(\bar{T})}{\partial z} - S_p \bar{\omega} = -\frac{\partial(\bar{u}'T')}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{v}'T')}{\partial y} - \frac{\partial(\bar{w}'T')}{\partial z} + \frac{\bar{J}}{\bar{c}_p}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial L^*}{\partial z} = \frac{1}{1 * 1004} \frac{-300 - -100}{15000} \sim -1.15 K/day$$



EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

PARAMETRIZAÇÕES **Superfície**



Source: Jimmy Dudhia

$$C_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = Rn_g - H_g - \lambda E_g - \omega C_g (T_g - T_d)$$

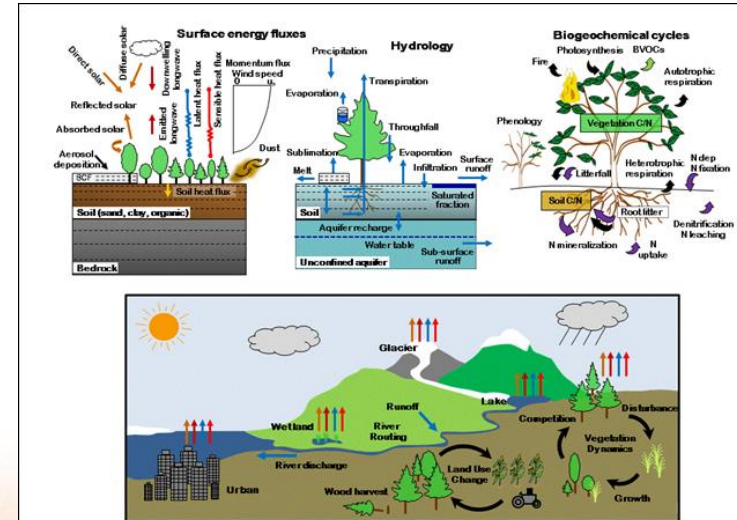
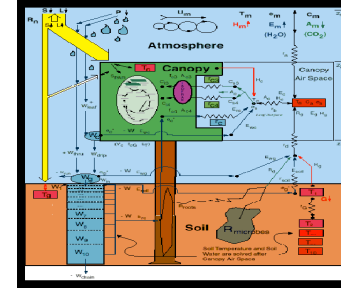
$$C_c \frac{\partial T_c}{\partial t} = Rn_c - H_c - \lambda E_c$$

$$C_d \frac{\partial T_d}{\partial t} = Rn_g - H_g - \lambda E_g$$

$$\frac{\square W_t}{\square t} = P - E - (R_s + R_b)$$

$$W_t = W + S + I$$

Source :BioCycle; Denning Research Group - SiB3: Simple Biosphere Model (colostate.edu)



Source: <https://doi.org/10.1029/2011MS00045>

EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

$$C_s D \frac{dT}{dt} = Rn - G - H - LE$$

$$D \frac{d\theta}{dt} = P - E - R$$

$$\tau = \rho u_r / r_a$$

$$Rn = (1 - \alpha) SW_d + LW_d - \varepsilon \sigma T^4$$

$$G = C_s D (T - T_d) / \tau_d$$

$$H = \rho c_p (T - T_r) / r_a$$

$$LE = (\rho c_p / \gamma) [h e_s(T) - e_r] / (r_a + r_{soil})$$

Magnitude of Reynolds stress at ground surface (8.2)

$$|\tau_z| = \rho_a \left[(\overline{w'u'})^2 + (\overline{w'v'})^2 \right]^{1/2}$$

Kinematic vertical turbulent momentum flux (m² s⁻²) (8.3)

$$\overline{w'u'} = - \frac{\tau_{xy}}{\rho_a}$$

$$\overline{w'v'} = - \frac{\tau_{xy}}{\rho_a}$$

Vertical turbulent sensible-heat flux (W m⁻²) (8.4)

$$H_f = \rho_a c_{p,d} \overline{w'\theta'_v}$$

Kinematic vert. turbulent sensible-heat flux (m K s⁻¹) (8.5)

$$\overline{w'\theta'_v} = \frac{H_f}{\rho_a c_{p,d}}$$

Vertical turbulent water vapor flux (kg m⁻² s⁻¹) (8.6)

$$E_f = \rho_a \overline{w'q'_v}$$

Kinematic vert. turbulent moisture flux (m kg s⁻¹ kg⁻¹) (8.7)

$$\overline{w'q'_v} = \frac{E_f}{\rho_a}$$

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial K(\theta)}{\partial z}$$

$$C_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = Rn_g - H_g - \lambda E_g - \omega C_g (T_g - T_d)$$

$$C_c \frac{\partial T_c}{\partial t} = Rn_c - H_c - \lambda E_c$$

$$C_d \frac{\partial T_d}{\partial t} = Rn_g - H_g - \lambda E_g$$

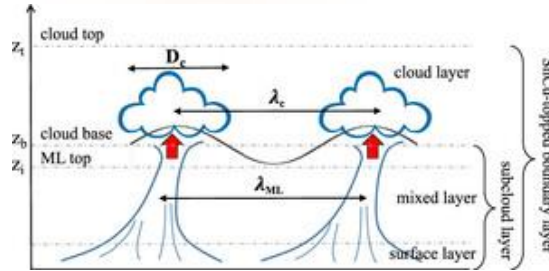
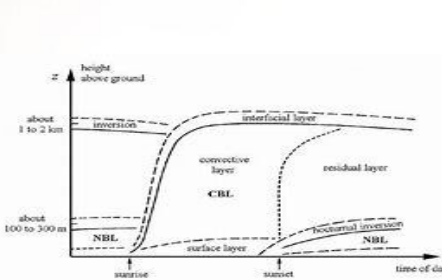
$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = -\delta_{i3} g + f_c \varepsilon_{ij3} \overline{u}_j - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\nu \partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial (\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j}$$

$$\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial \overline{F}_j}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_j \theta'}}{\partial x_j}$$

$$\frac{\partial \overline{q}_t}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{q}_t}{\partial x_j} = \frac{S_{q_t}}{\rho} - \frac{\partial \overline{u'_j q'_t}}{\partial x_j}$$

EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

Turbulência Atmosférica e Parametrização da Camada Limite Planetária



$$\frac{\partial(\bar{u})}{\partial t} = -K(z) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial^2 z}$$

$$\frac{\partial(\bar{v})}{\partial t} = -K(z) \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial^2 z}$$

$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} = -K(z) \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial^2 z}$$

$$\frac{\partial(\bar{q})}{\partial t} = -K(z) \frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial^2 z}$$

$$\frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i} + g \frac{\bar{p}}{\rho_0} \delta_{i3} + 2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j (\bar{u}_k) - \nu \frac{\partial^2(\bar{u}_i)}{\partial x_j^2} = -\frac{\partial(\overline{u_j' u_i'})}{\partial x_j}$$

$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{T})}{\partial x_j} - S_p \bar{\omega} = -\frac{\partial(\overline{u_j' T'})}{\partial x_j} + \frac{\bar{J}}{C_p}$$

$$\frac{\partial(\bar{q})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{q})}{\partial x_j} = -\frac{\partial(\overline{u_j' q'})}{\partial x_j} + \bar{S}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j}$$

$$\overline{w' \varphi'} = K(z) \frac{d\varphi}{dz}$$

Teoria do transporte gradiente ou teoria K



EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

$$K_M = \frac{1}{\phi_m^2} l^2 \left| \frac{\partial U}{\partial z} \right|$$

$$K_H = \frac{1}{\phi_m \phi_h} l^2 \left| \frac{\partial U}{\partial z} \right|$$

Calcular $K(z_{1.5})$???

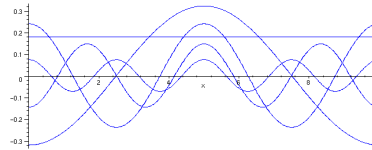
$K=K(z, \text{estabilidade, nebulosidade, radiação, turbulencia, etc})$??????

Precisa saber todos os fenômenos físicos que afetam o perfil vertical de de K_M, K_H

$$\frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i} + g \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \delta_{i3} + 2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j(\bar{u}_k) - \nu \frac{\partial^2(\bar{u}_i)}{\partial x_j^2} = - \frac{\partial(\bar{u}_j' u_i')}{\partial x_j}$$

$$\overline{w' \phi'} = K(z) \frac{d\phi}{dz}$$

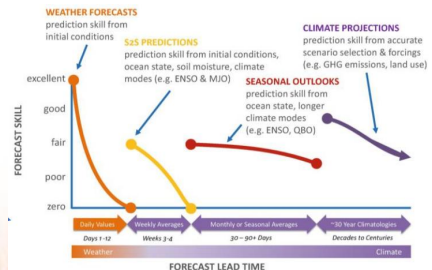
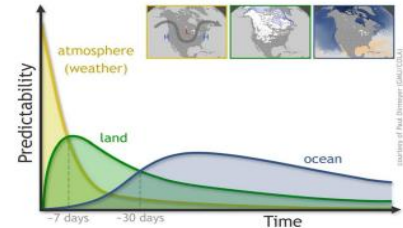
$$\frac{\partial(\bar{u})}{\partial t} = -K(z) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial^2 z}$$



$$-C\phi_j^{n+1} + (1+C)\phi_j^{n+1} = \phi_j^1$$

$$\begin{pmatrix} 1+C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C \\ -C & 1+C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C & 1+C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C & 1+C & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C & 1+C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C & 1+C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^{n+1} \\ \phi_2^{n+1} \\ \phi_3^{n+1} \\ \phi_4^{n+1} \\ \vdots \\ \phi_{j-2}^{n+1} \\ \phi_{j-1}^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1^n \\ \phi_2^n \\ \phi_3^n \\ \phi_4^n \\ \vdots \\ \phi_{j-2}^n \\ \phi_{j-1}^n \end{pmatrix}$$

Sources of skill



EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

Convecção Atmosférica e Parametrização da processos convectivos

$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{T})}{\partial x_j} - S_p \bar{\omega} = - \frac{\partial(\overline{u_j' T'})}{\partial x_j} + \frac{\bar{J}}{c_p}$$

$$\frac{d(\bar{c_p T})}{dt} = \bar{J} = Q_r + L(c - e)$$

$$\frac{\partial(\bar{q})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{q})}{\partial x_j} = - \frac{\partial(\overline{u_j' q'})}{\partial x_j} + \bar{S}$$

Escritos nas formas de fluxo , onde $\rho = cte$

$$\frac{ds}{dt} = Q_r + L(c - e)$$

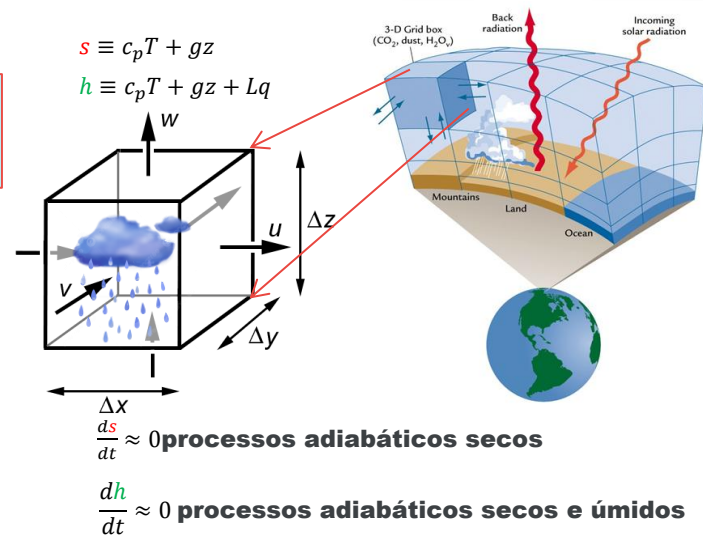
$$\frac{d(\bar{q})}{dt} = \bar{S} = (e - c)$$

$$\rho \left(\frac{ds}{dt} = Q_r + L(c - e) \right)$$

$$\rho \left(\frac{dq}{dt} = (e - c) \right)$$

$$\frac{d\rho s}{dt} = \rho Q_r + \rho L(c - e)$$

$$\frac{d\rho q}{dt} = \rho(e - c)$$

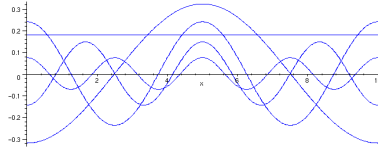


EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

A suposição de fechamento para a parametrização do cumulus Arakawa Schubert

$$\frac{ds}{dt} = Q_r + L(c - e)$$

$$\frac{\partial \overline{ps}}{\partial t} + \nabla_h (\overline{\rho s V_h}) + \frac{\partial (\overline{s m})}{\partial z} = M_c \frac{\partial (\overline{s})}{\partial z} - (s_c - \tilde{s}) \frac{\partial \overline{M_c}}{\partial z} \quad (35)$$



$$\frac{d(\bar{q})}{dt} = \bar{S} = (e - c)$$

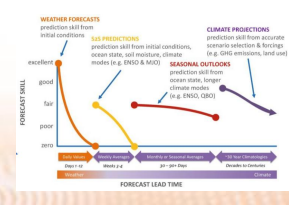
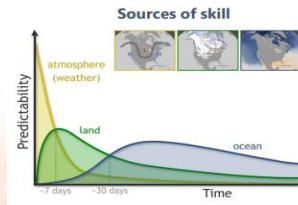
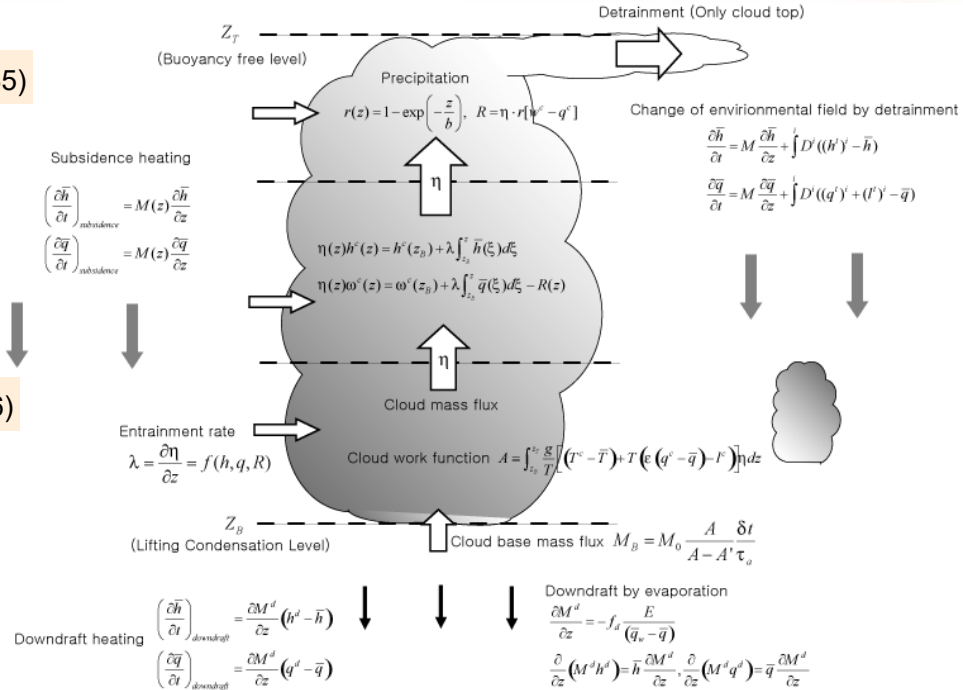
$$\frac{\partial \overline{\rho q}}{\partial t} + \nabla_h (\overline{\rho q V_h}) + \frac{\partial (\overline{q m})}{\partial z} = M_c \frac{\partial (\overline{q})}{\partial z} - (q_c - \tilde{q}) \frac{\partial \overline{M_c}}{\partial z} \quad (36)$$

$$A = \int_{z_b}^z \frac{g}{\bar{T}(z)} \eta(z) (T_{vc}(z) - \bar{T}_v(z)) dz$$

$$\left[\frac{dA}{dt} \right]_{CU} + \left[\frac{dA}{dt} \right]_{LS} = \left[\frac{dA}{dt} \right] = 0 \quad \text{para } M_B > 0$$

$$\frac{\partial (\bar{T})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial (\bar{T})}{\partial x_j} - S_P \bar{\omega} = + \frac{\bar{J}}{C_p} = Q_r + L(c - e) \equiv \frac{ds}{dt}$$

$$\frac{\partial (\bar{q})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial (\bar{q})}{\partial x_j} = + \bar{S} \equiv \frac{d\rho q}{dt}$$



EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

Parametrizações Físicas “Microfísica”

As 6 equações de prognóstico para as **razão de mistura** $q_i, q_v, q_c, q_r, q_s, q_\zeta$.

$$\frac{\partial p^* q_v}{\partial t} = -ADV(p^* q_v) + DIV(p^* q_v) + D(q_v) + p^*(P_{revp} - P_{idep} - P_{sdep} - P_{gdep} - P_{idsn} - P_{ccnd})$$

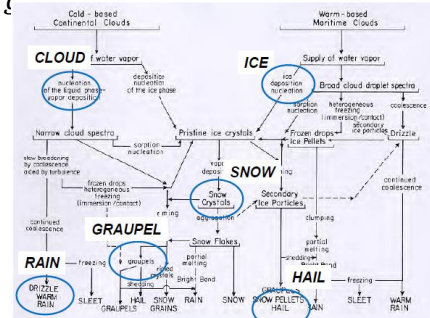
$$\frac{\partial p^* q_c}{\partial t} = -ADV(p^* q_c) + DIV(p^* q_c) + D(q_c) + p^*(-P_{ccnr} - P_{racw} + P_{ccnd} - P_{ifzc} - P_{ispl} - P_{s.sacw} - P_{g.sacw} - P_{gacw} - P_{i.iacw} - P_{g.iacw} + P_{imlt})$$

$$\frac{\partial p^* q_r}{\partial t} = -ADV(p^* q_r) + DIV(p^* q_r) - P_{rprc} + p^*(P_{racw} + P_{ccnr} - P_{revp} - P_{gfzr} - P_{iacr} - P_{s.sacr} - P_{g.sacr} - P_{gacr} + P_{smlt} + P_{gmlt})$$

$$\frac{\partial p^* q_i}{\partial t} = -ADV(p^* q_i) + DIV(p^* q_i) + D(q_i) + p^*(P_{idsn} + P_{ifzc} + P_{ispl} + P_{idep} + P_{i.iacw} - P_{icng} - P_{raci} - P_{saci} - P_{icns} - P_{imlt})$$

$$\frac{\partial p^* q_s}{\partial t} = -ADV(p^* q_s) + DIV(p^* q_s) - P_{sprc} + p^*(P_{sdep} + P_{icns} + P_{s.sacw} - P_{scng} + P_{saci} + P_{s.sacr} - P_{g.racs} - P_{smlt})$$

$$\frac{\partial p^* q_g}{\partial t} = -ADV(p^* q_g) + DIV(p^* q_g) - P_{gprc} + p^*(P_{gdep} + P_{scng} + P_{g.sacw} + P_{gacw} + P_{gacr} + P_{iacr} + P_{raci} + P_{g.racs} + P_{gfzr} + P_{icng} + P_{g.iacw} - P_{gmlt})$$

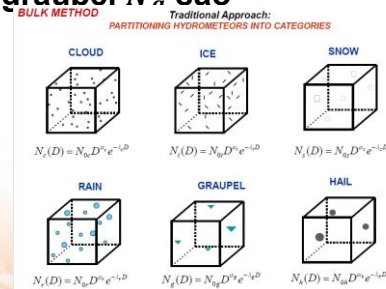


As 3 equações de prognóstico para as **concentrações numéricas** de gelo de nuvem N_i , neve N_s e graupel N_g são

$$\frac{\partial p^* N_i}{\partial t} = -ADV(p^* N_i) + DIV(p^* N_i) + D(N_i) + p^* \left(-N_{icng} - N_{iag} + N_{ifzc} + \frac{\rho}{m_{io}} (P_{idsn} + P_{ispl}) - \frac{N_i}{q_i} (P_{imlt} + P_{raci} + P_{saci} - P_{icns}) \right)$$

$$\frac{\partial p^* N_s}{\partial t} = -ADV(p^* N_s) + DIV(p^* N_s) - N_{sprc} + p^* \left(-N_{g.sacr} - N_{sag} - N_{gacs} - N_{scng} + \frac{\rho}{m_{io}} (P_{icns}) - \frac{N_s}{q_s} (P_{smlt} - P_{sdep}) \right)$$

$$\frac{\partial p^* N_g}{\partial t} = -ADV(p^* N_g) + DIV(p^* N_g) - N_{gprc} + p^* \left(N_{icng} + \frac{N_i}{q_i} (P_{iacr} + P_{raci}) + N_{g.sacr} + N_{gacs} + N_{gfzr} - \frac{N_g}{q_g} (P_{gmlt} + P_{gdep}) \right)$$



EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

Parametrizações Físicas “Microfísica”

Aquecimento e resfriamento devido aos processos microfísicos

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = f(\text{processos microfísicos})$$

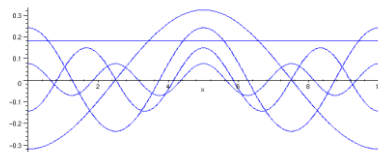
Assim, o aquecimento latente devido apenas à umidade explícita :

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = -L_v(P_{revp} - P_{ccnd}) + L_s(P_{idep} + P_{idsn} + P_{sdep} + P_{gdep}) + L_f(P_{i.iacw} + P_{g.iacw} + P_{s.sacw} + P_{g.sacw} + P_{gacw} + P_{iacr} + P_{ifzc} + P_{gfzr} + P_{sacr} + P_{gacr} \pm -P_{smlt} - P_{gmlt})$$

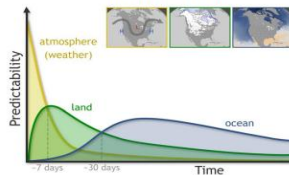
$$\frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial(\bar{u}_j' u_i')}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i} - g \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \delta_{i3} - 2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j (\bar{u}_k) + \nu \frac{\partial^2(\bar{u}_i)}{\partial x_j^2}$$

$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{T})}{\partial x_j} - S_p \bar{\omega} = -\frac{\partial(\bar{u}_j' T')}{\partial x_j} + \frac{\bar{J}}{C_p}$$

$$\frac{\partial(\bar{q})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{q})}{\partial x_j} = -\frac{\partial(\bar{u}_j' q')}{\partial x_j} + \bar{S}$$



Sources of skill



BULK METHOD

Traditional Approach:
PARTITIONING HYDROMETEORS INTO CATEGORIES



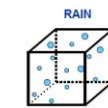
$$N_c(D) = N_{0c} D^{0.5} e^{-1.5D}$$



$$N_i(D) = N_{0i} D^{0.5} e^{-1.5D}$$



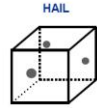
$$N_s(D) = N_{0s} D^{0.5} e^{-1.5D}$$



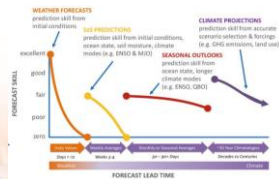
$$N_r(D) = N_{0r} D^{0.5} e^{-1.5D}$$



$$N_g(D) = N_{0g} D^{0.5} e^{-1.5D}$$

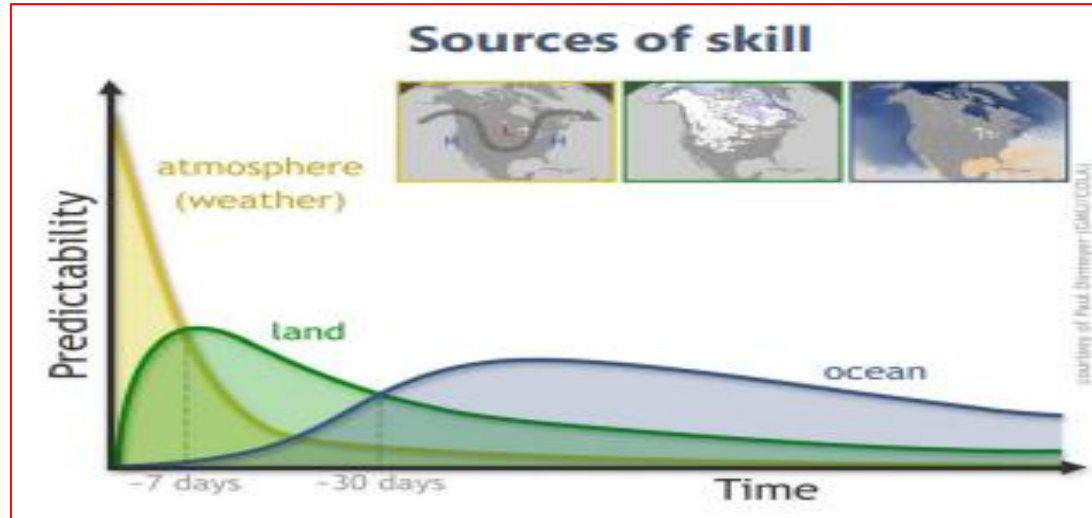


$$N_h(D) = N_{0h} D^{0.5} e^{-1.5D}$$



EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

Problema de previsibilidade



- **Condição Inicial**
- **Condição de contorno**
- **Interações dinâmicas não lineares**

EPDs/ CI e CC / AD/ Inicialização/Modelos-PNTC

Problema de previsibilidade

O **efeito borboleta** é um dos princípios mais conhecidos da **teoria do caos**.

. Pode uma borboleta batendo suas asas em **Cachoeira Paulista** *pode* enviar **um furacão para Brasília**?

A **origem do efeito borboleta** é (**não surpreendentemente**) pela **imagem de um conjunto de trajetórias semelhantes** a borboletas que foi gerado, em uma das **primeiras simulações de computador da teoria do caos**, por Edward Lorenz.

$$\frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_j} = - \frac{\partial(\overline{u_j' u_i'})}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i} - g \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \delta_{i3} - 2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j (\bar{u}_k) + \nu \frac{\partial^2(\bar{u}_i)}{\partial x_j^2}$$

$$\frac{\partial(\bar{q})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{q})}{\partial x_j} = - \frac{\partial(\overline{u_j' q'})}{\partial x_j} + \bar{S}$$

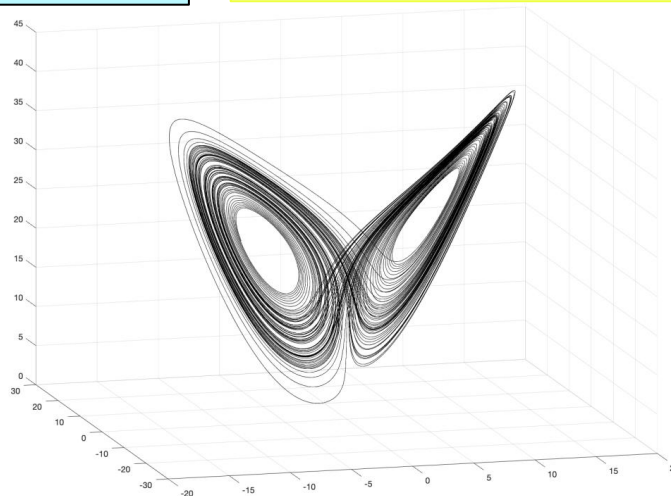
$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{T})}{\partial x_j} - S_p \bar{\omega} = - \frac{\partial(\overline{u_j' T'})}{\partial x_j} + \frac{\bar{J}}{C_p}$$

Lorenz Equations

Stream Function $\rightarrow \dot{x} = p(y - x)$ (Prandtl Number)

Change in Temperature $\rightarrow \dot{y} = -xz - y + rx$ (Rayleigh Number)

Deviation in Linear Temperature $\rightarrow \dot{z} = xy - bz$ (Nonlinear Terms)



Problema de previsibilidade

Edward Lorenz demonstrou que a atmosfera, como qualquer sistema dinâmico com instabilidades, tem um limite de tempo herdado de previsibilidade.

Com base nas equações advecção de Saltzman (1962), Lorentz descobriu que **duas soluções completamente diferentes foram previstas pelo mesmo modelo com condições iniciais ligeiramente diferentes.**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{- or -} \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) = 0$$

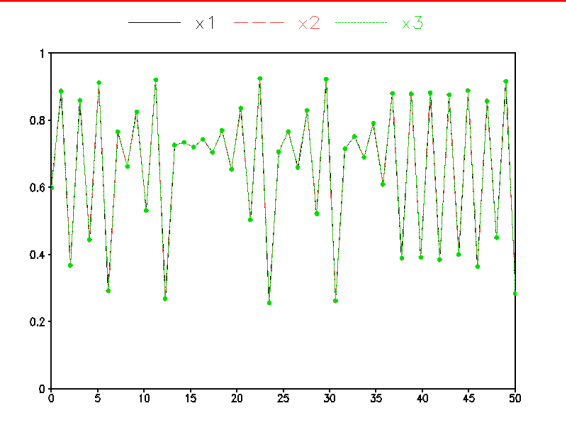
$$x = kx(1 - x) = kx - kx^2$$

```

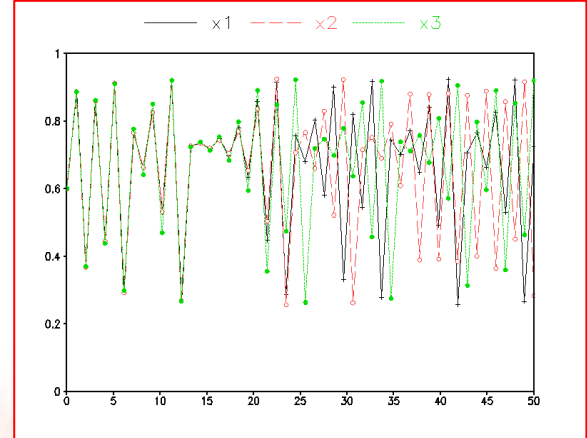
x0=0.61
a1      = recorrenca(k,x0,N)
x0=0.60000
a2      = recorrenca(k,x0,N)
x0=0.59
a3      = recorrenca(k,x0,N)
CALL CBLAS_CGEMV('G',1,3,a2,N)
IF (ALLOCATED(a1)) DEALLOCATE (a1)
IF (ALLOCATED(a2)) DEALLOCATE (a2)
IF (ALLOCATED(a3)) DEALLOCATE (a3)
STOP
CONTAINS
FUNCTION recorrenca(k,x0,N) RESULT (x_vec)
IMPLICIT NONE
!
!  x(n) = k*x(n-1)*[1-x(n-1)]
!
REAL    , INTENT(IN)    :: k
REAL    , INTENT(IN)    :: x0
INTEGER, INTENT(IN)    :: N
REAL                      :: x_vec(0:N)
INTEGER                   :: i
!
CALL CBLAS_CGEMV('G',1,3,a2,N)
x_vec(0)=x0
DO i=1,N-1
  x_vec(i) = k*x_vec(i-1)*(1-x_vec(i-1))
END DO
END FUNCTION recorrenca

```

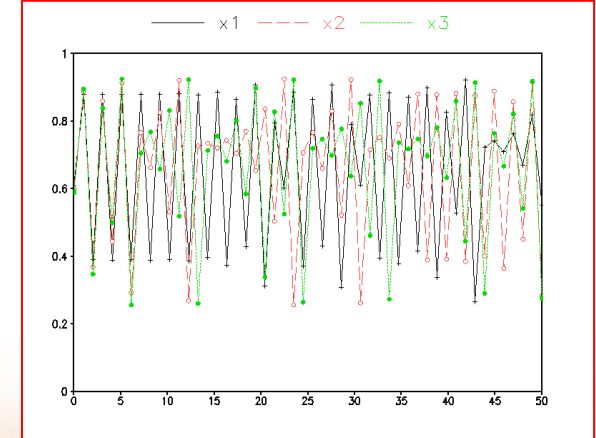
Diferença entre x_1 , x_2 e $x_3 = 0$



Diferença entre x_1 , x_2 e $x_3 = 1e-5$



Diferença entre x_1 , x_2 e $x_3 = 0.01$



Problema de previsibilidade

Mais tarde, ele descobriu que os **erros de diferentes escalas espaciais** crescem em taxas diferentes (Lorenz 1969a). Em média, **o crescimento de erro mais rápido ocorre em pequenas escalas.**

O problema das diferenças finitas está na **multiplicação**.*

Seja $u(x) = \sin(kx)$; então

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} = 2 * \sin(kx) * k * \cos(kx) = 2 * k * \sin(kx) * \cos(kx)$$

$$u = \sin kx \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}(u^2) = k \sin 2kx$$

instabilidade não linear

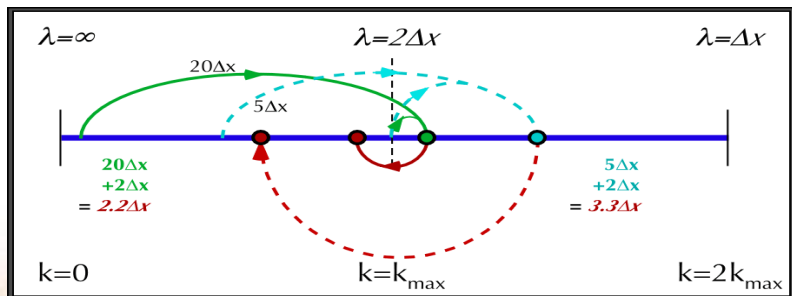
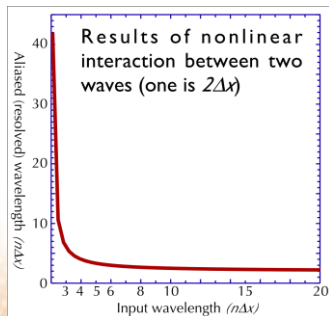
A identidade é:

$$\sin(2\theta) = 2 * \sin(\theta) * \cos(\theta)$$

Pode-se reorganizar a fórmula:

$$\sin(\theta) * \cos(\theta) = \frac{1}{2} * \sin(2\theta)$$

Que **número de onda efetivo k** que estamos trabalhando agora ?



Lorenz Equations

Stream Function $\dot{x} = p(y - x)$ (Prandtl Number)

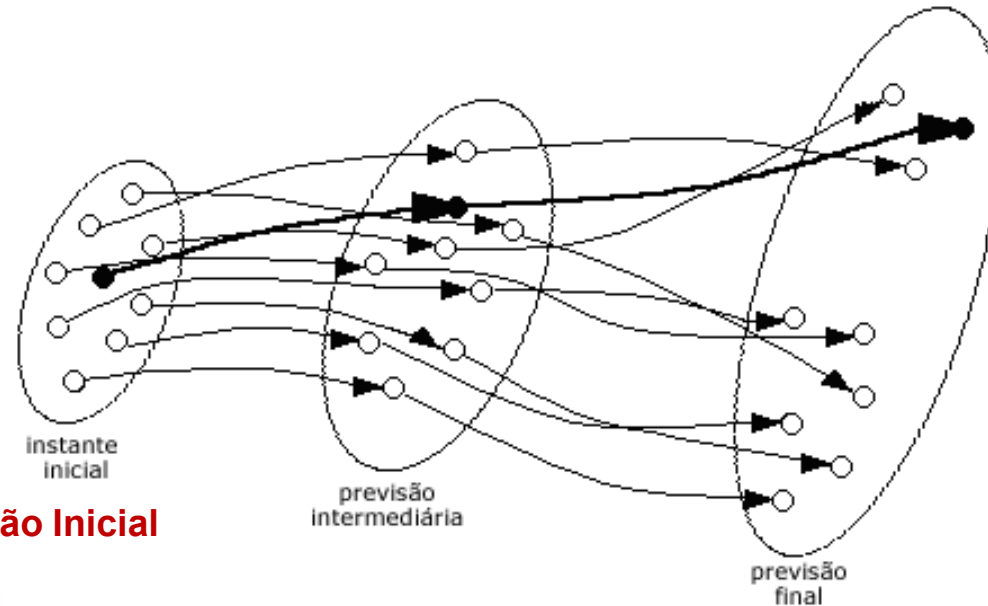
Change in Temperature $\dot{y} = -\alpha z - y + r x$ (Rayleigh Number)

Deviation in Linear Temperature $\dot{z} = x y - b z$ (Nonlinear Terms)

Problema de previsibilidade

Em um experimento inicial de previsibilidade com um modelo de circulação geral, Charney et al. (1966) descobriram que:

O tempo de duplicação da raiz quadrada erro médio (rms) da temperatura é de cerca de 5 dias.



- **Condição Inicial**

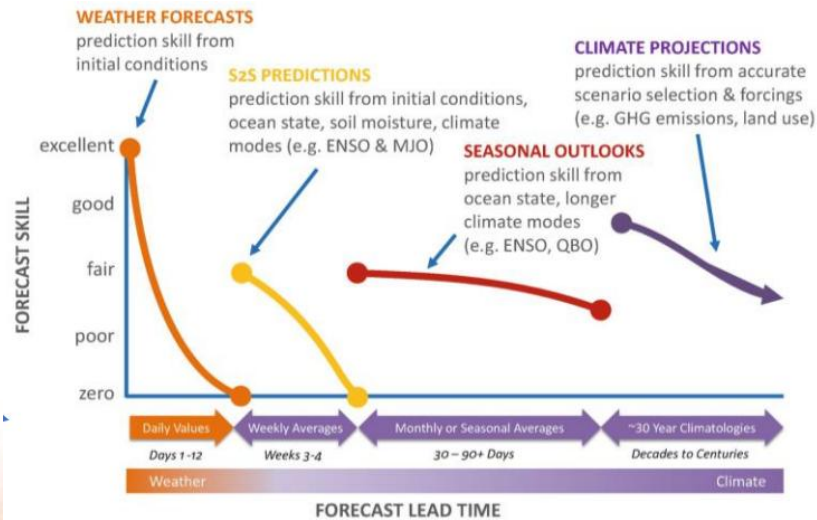
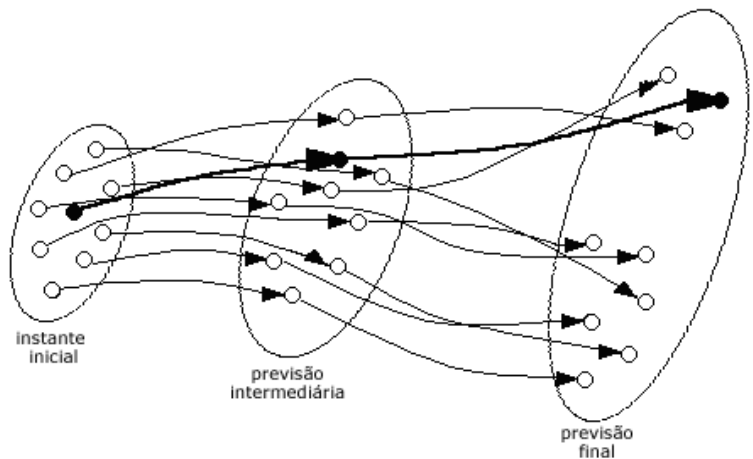
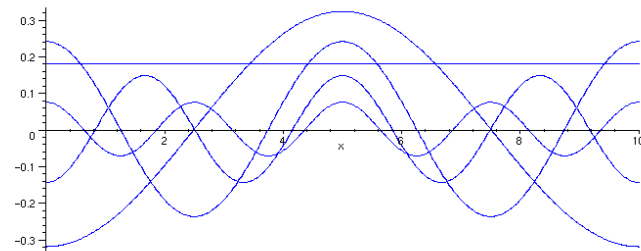
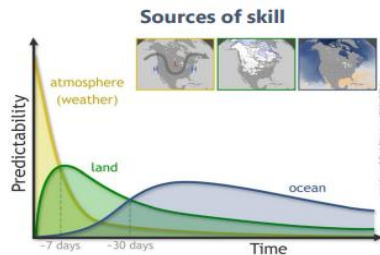
- **Interações dinâmicas não lineares**

Problema de previsibilidade

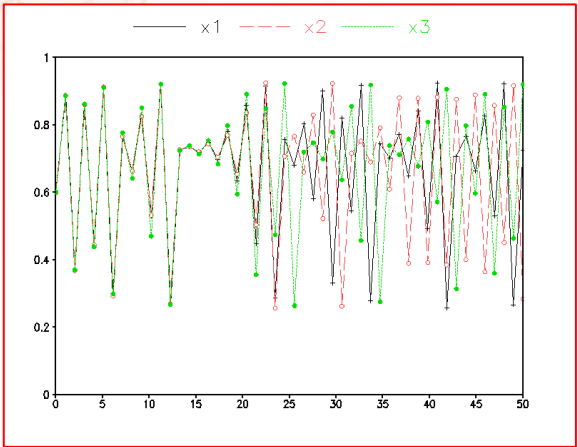
$$\frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_j} = - \frac{\partial(\bar{u}_j' u_i')}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i} - g \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \delta_{i3} - 2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j (\bar{u}_k) + \nu \frac{\partial^2(\bar{u}_i)}{\partial x_j^2}$$

$$\frac{\partial(\bar{T})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{T})}{\partial x_j} - S_p \bar{\omega} = - \frac{\partial(\bar{u}_j' T')}{\partial x_j} + \frac{\bar{J}}{C_p}$$

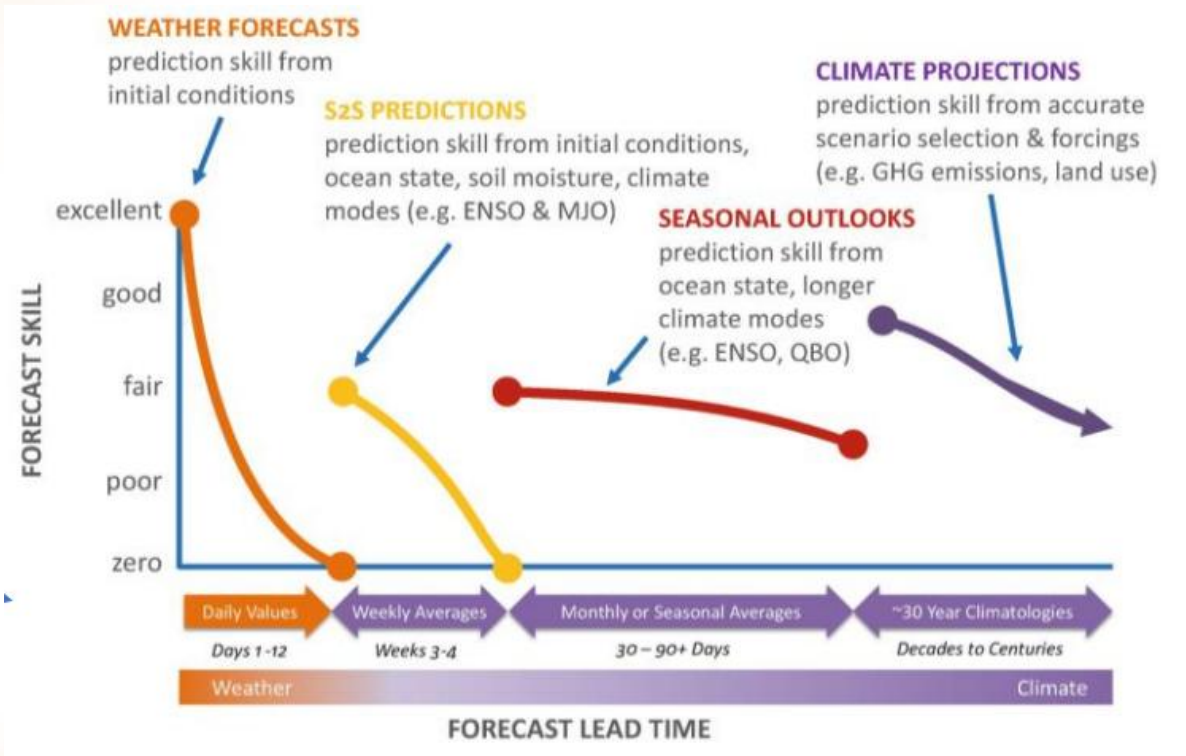
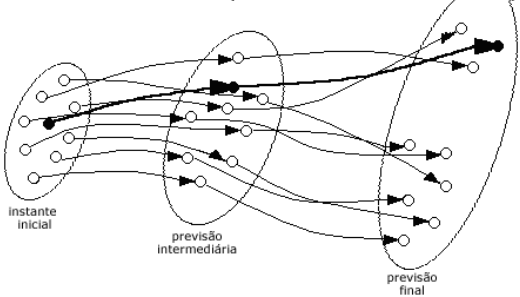
$$\frac{\partial(\bar{q})}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{q})}{\partial x_j} = - \frac{\partial(\bar{u}_j' q')}{\partial x_j} + \bar{S}$$



Diferença entre previsão de tempo (dias) e clima (médias e tendências)



clima (médias e tendências)



Problema de previsibilidade para Previsão de Tempo

gov.br | Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação

Órgãos do Governo | Acesso à Informação | Legislação | Acessibilidade

Previsão Subsazonal

BAM-1.2 - CPTEC/INPE

Previsão Numérica | Clima | Nowcasting | Satélite | Ondas | Bacias | Qualidade do Ar | Pós Graduação

Previsão | Avaliação | Verificação | Downloads | Python | Documentação

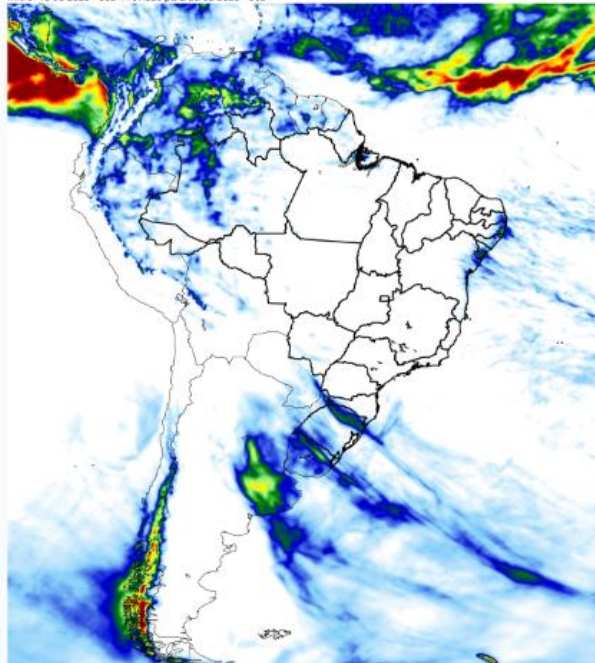
Português | Inglês

REGIÕES: VARIÁVEIS: CAMPOS: PRODUTOS: DATA INICIALIZAÇÃO:

América do Sul Precipitação Anomalia 7 dias Mês Ano 2025-08-13

ETA Precipitação acumulada (mm)

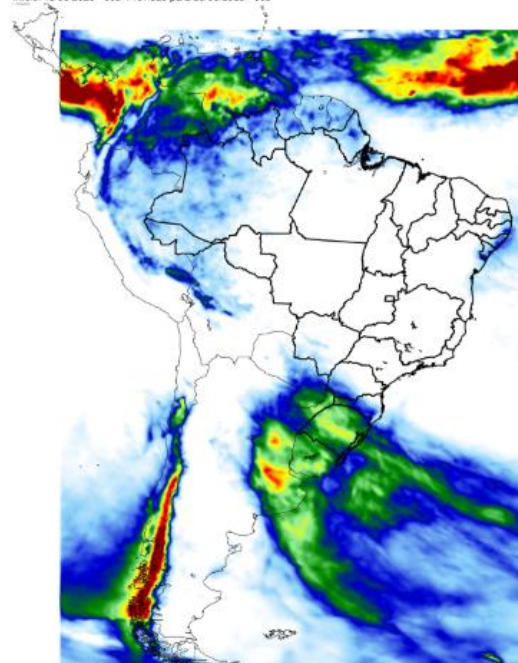
Início: 18-06-2025 - 00z Previsão para 25-08-2025 - 00z



Previsão Numérica

SMEC Precipitação acumulada (mm)

Início: 18-06-2025 - 00z Previsão para 25-08-2025 - 00z



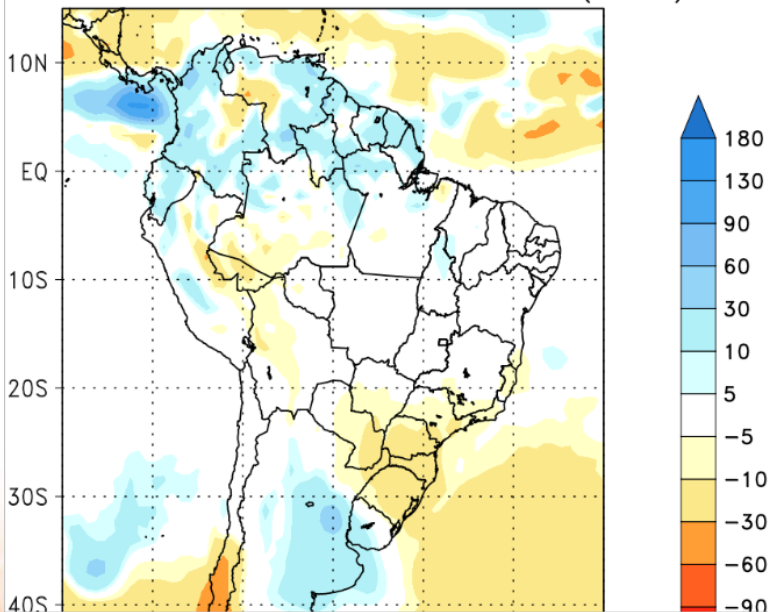
Problema de previsibilidade para Previsão Subsazonal

Previsão Subsazonal

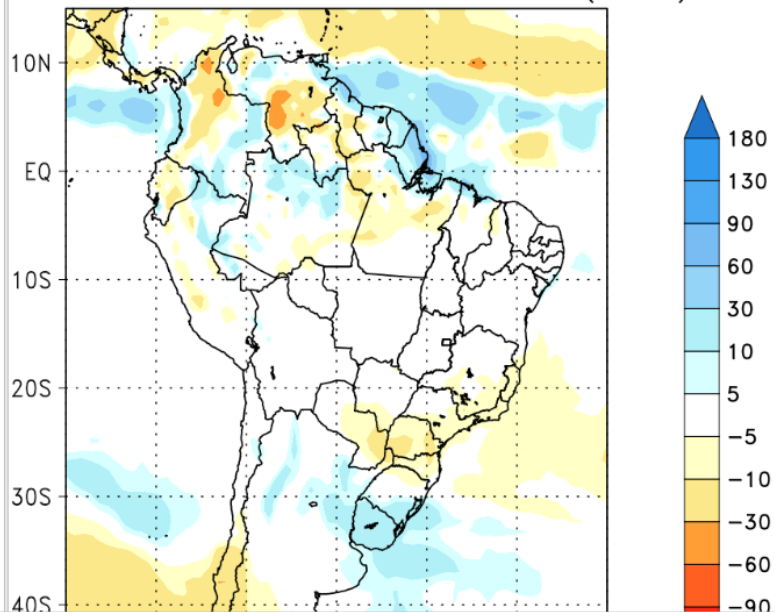
BAM-1.2 - CPTEC/INPE

Previsão Numérica ▾ | Clima | Nowcasting | Satélite | Ondas | Bacias | Qualidade do Ar | Pós Graduação

CPTEC/INPE (BAM1.2) PRECIPITATION ANOMALY (mm)
FORECAST ISSUED: 13 AUG 2025
FOR WEEK 1: 13 AUG 2025 TO 19 AUG 2025 (7 DAYS)



CPTEC/INPE (BAM1.2) PRECIPITATION ANOMALY (mm)
FORECAST ISSUED: 13 AUG 2025
FOR WEEK 2: 20 AUG 2025 TO 26 AUG 2025 (7 DAYS)



Problema de previsibilidade para Previsão Sazonal

gov.br | Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação

Órgãos do Governo | Acesso à Informação | Legislação | Acessibilidade

Previsão Sazonal

BAM-1.2 - CPTEC/INPE

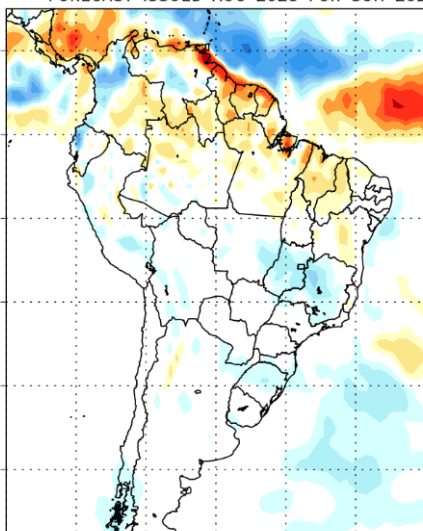
Previsão Numérica ▾ | Clima | Nowcasting | Satélite | Ondas | Bacias | Qualidade do Ar | Pós Graduação

Previsão | Avaliação | Verificação | Downloads | Python | Documentação | Português | English

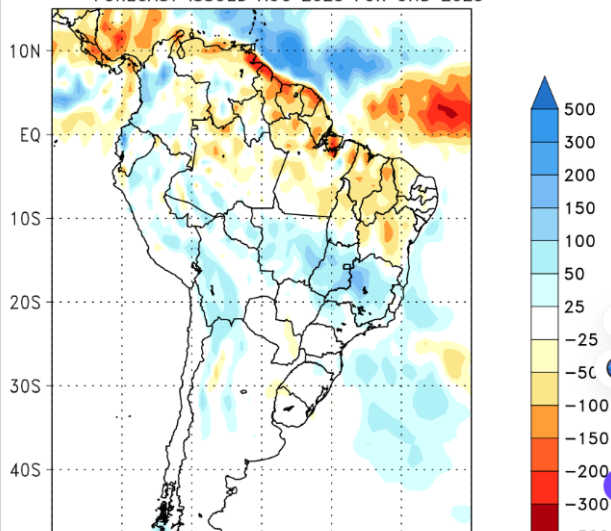
REGIÕES: VARIÁVEIS: CAMPOS: PRODUTOS: DATA INICIALIZAÇÃO:

América do Sul | Precipitação | Anomalia | Trimestral | Ano | 2025-08

CPTEC/INPE (BAM1.2) PRECIPITATION ANOMALY (mm)
FORECAST ISSUED AUG 2025 FOR SON 2025



CPTEC/INPE (BAM1.2) PRECIPITATION ANOMALY (mm)
FORECAST ISSUED AUG 2025 FOR OND 2025

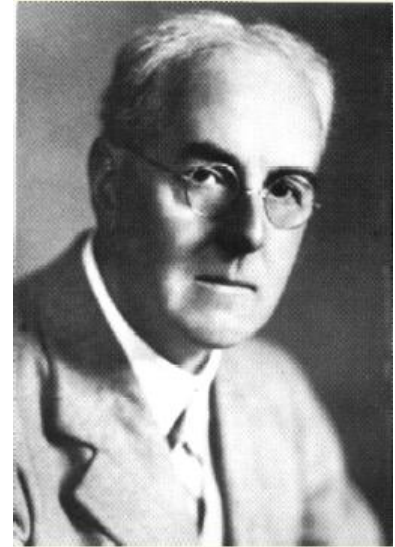


Objetivo?



Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

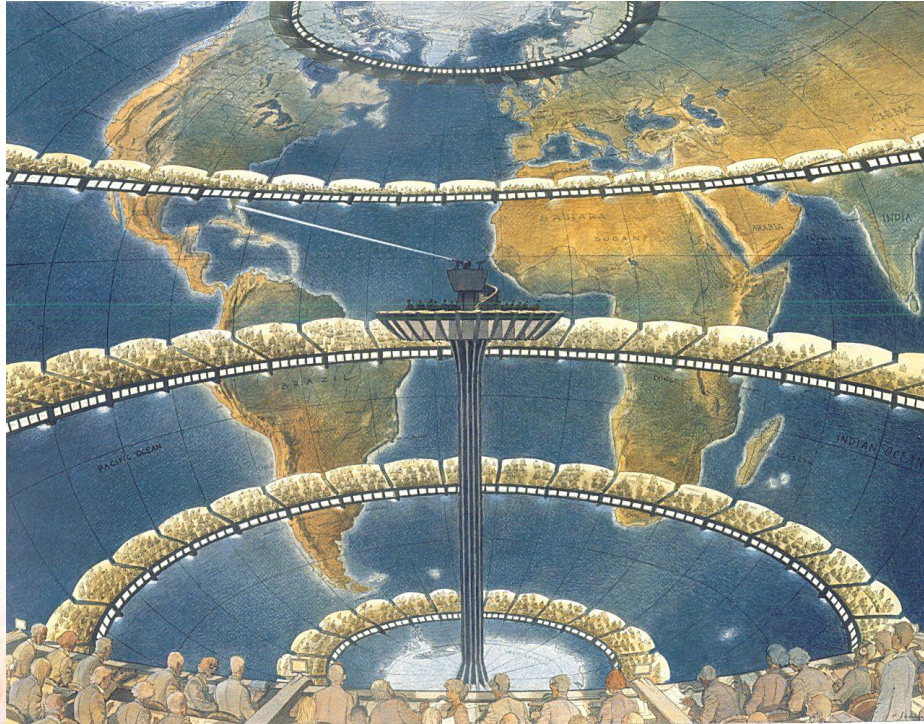
- **Lewis Fry Richardson:**
 - **matemático, físico, cientista atmosférico britânico**
 - **Carreira científica muito influenciada por suas crenças Quaker (pacifismo)**
- **Fez a primeira previsão numérica do tempo em 1922**
 - **Fez os cálculos totalmente à mão!**
 - **Demorou mais de 1000 horas!**
- **Também sonhava com o futuro da previsão do tempo**
...



Modelo Numérico da Atmosfera

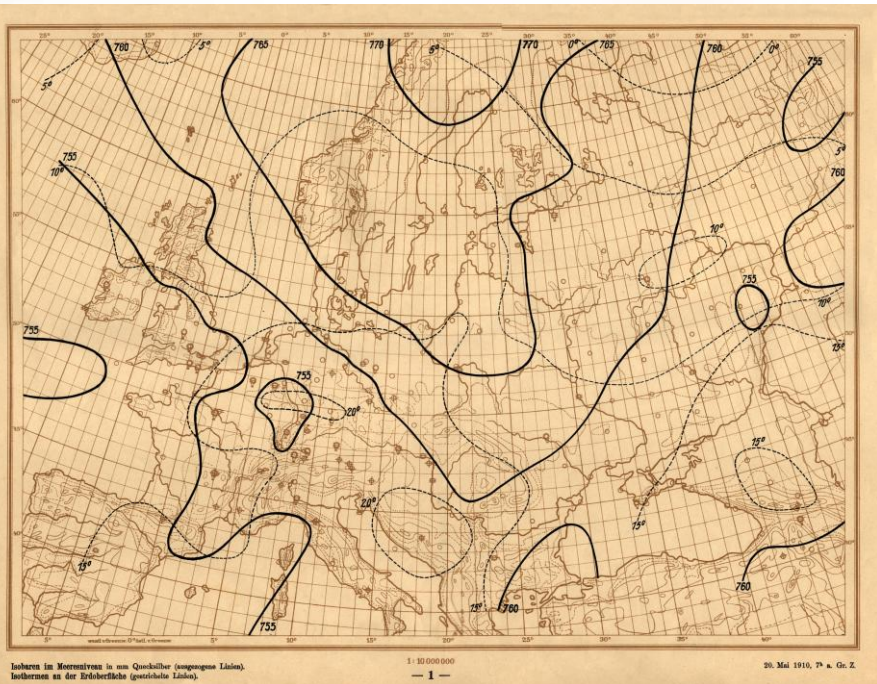
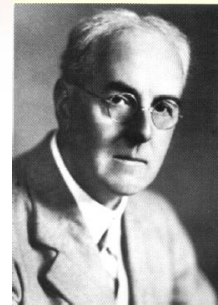
Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

- O sonho de Richardson: a fábrica de previsões
- Ocupado com funcionários ("computadores") fazendo cálculos



Ele estimou que 64.000 "computadores" (pessoas) seriam necessários para fazer previsões em todo o mundo

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs) Experimento de Richardson



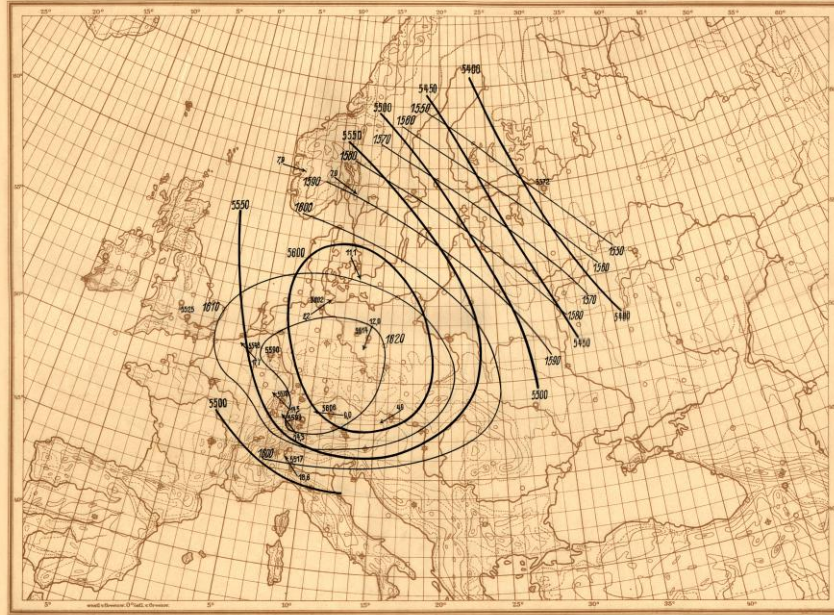
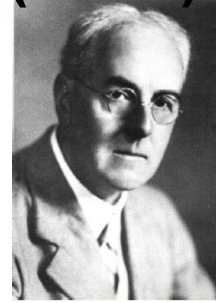
Dados usados de 20 de maio de 1910:

O **cometa de Halley** estava passando, e havia uma grande **campanha de observação** em balão de ar quente para estudar o efeito dos cometas no tempo.

SLP e temperatura da superfície

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Experimento de Richardson



Hauptkarte V, dargestellt durch die absolute Topographie der 500 mbar-Fäche (dicke Linien) und die relative Topographie der 400 mbar-Fäche (dünne Linien).

1:10 000 000

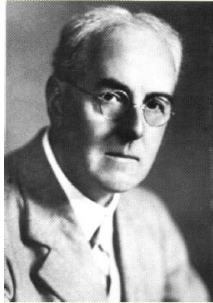
— 9 —

30. Mai 1916, 7^h a. Gr. Z.

Valores tabulados desses gráficos manualmente!

Alturas de 500 mbar e espessura de 500-400 mbar

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)



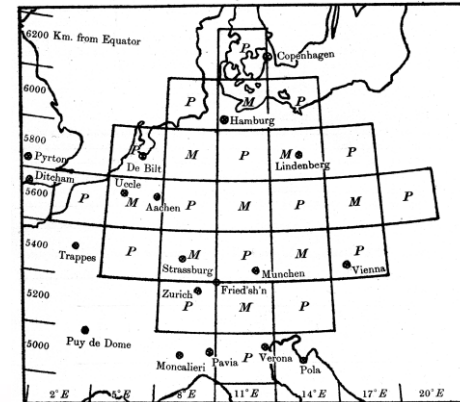
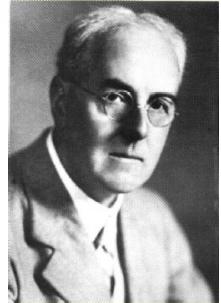
Cálculos de Richardson

- Serviu como **motorista de ambulância** na Unidade de Friends' Ambulance na França durante a Primeira Guerra Mundial
Soldados feridos transportados, muitas vezes sob fogo pesado
- Demorou **seis semanas** para realizar os cálculos
"Meu escritório era um monte de feno em um local de repouso frio"
Peter Lynch acha que ele quis dizer 6 semanas * 7 dias * 24 horas = 1000 horas de computação!
Ou seja, ele demorou o tempo todo em que esteve na França, 2 anos
- **Livro de cálculo foi perdido** durante a batalha de Champagne
Mas se **recuperou** meses depois sob um monte de carvão
- Eventualmente publicado em 1922

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Cálculos de Richardson

- Objetivo: calcular a tendência da pressão superficial em um ponto (na Baviera), 6 horas no futuro.
- Discretizado em cinco camadas na vertical.
- **Equações primitivas** foram usadas.
Assumindo equilíbrio **hidrostático**
- **Diferenças finitas** usadas para calcular mudanças no momento, temperatura e pressão



Modelo Numérico da Atmosfera

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

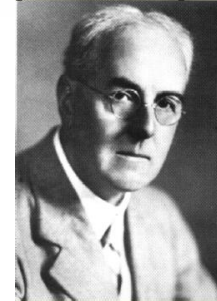
Resultados de Richardson

Folha de cálculo de Richardson

COMPUTING FORM P XIII. Divergence of horizontal momentum-per-area. Increase of pressure

The equation is typified by: $-\frac{\partial R_{zs}}{\partial t} = \frac{\partial M_{zs}}{\partial z} + \frac{\partial M_{zs}}{\partial n} - M_{zs} \frac{\tan \phi}{a} + m_{zs} - m_{zs}^* + \frac{2}{a} M_{zs}$. (See Ch. 4/2#5.)

* In the equation for the lowest stratum the corresponding term $-m_{zs}$ does not appear



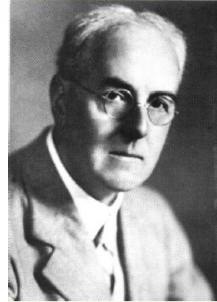
Longitude 11° East $\delta\epsilon = 441 \times 10^6$				Latitude 5400 km North $\delta n = 400 \times 10^6$		Instant 1910 May 20 th 7 ^h G.M.T. $\alpha^{-1} \tan \phi = 1.73 \times 10^{-6}$		Interval, δt 6 hours $\alpha = 6.36 \times 10^6$				
Rep.:-				previous 3 columns	previous column		Form P XVI	Form P XVI	equation above	previous column	previous column	previous column
h	$\frac{\delta M_z}{\delta \epsilon}$	$\frac{\delta M_z}{\delta n}$	$-\frac{M_z \tan \phi}{\alpha}$	$\text{div}'_{zN} M$	$-g \delta t \text{div}'_{zN} M$		m_z	$\frac{2M_z}{\alpha}$	$-\frac{\partial R}{\partial t}$	$+\frac{\partial R}{\partial t} \delta t$	$\frac{\partial R}{\partial t} \delta t$	$\frac{\partial p}{\partial t} \delta t$
	$10^{-1} \times$	$10^{-1} \times$	$10^{-4} \times$	$10^{-4} \times$	$100 \times$		$10^{-5} \times$	$10^{-6} \times$	$10^{-4} \times$		$100 \times$	$100 \times$
h_c							0					0
h_1	-61	-245	-6	-312	656		-83		-229	49.5	483	483
	367	-267	2	112	-236			0.06	-136	29.4	287	
h_4							165		-124	26.8	262	770
	93	-303	-16	-226	478		63		-110	23.8	233	1032
h_6								0.07	-110	23.8	233	
	32	-55	-12	-35	74		133		-88	19.0	189	1265
h_8	-256	38	-8	-226	479			0.03	-88	19.0	189	
h_{10}												1451
Notes: $\text{div}'_{zN} M$ is a contraction for $\frac{\delta M_z}{\delta \epsilon} + \frac{\delta M_z}{\delta n} - M_z \frac{\tan \phi}{\alpha}$					SUM = 1451 $= \frac{\partial p}{\partial t} \delta t$		check by $\Sigma - g \delta t \text{div}'_{zN} M$					

Leave the subsequent columns to be filled up after
the vertical velocity has been computed on
Form P XVI

Planilha de calculo de Richardson PxIII. A figura no canto inferior direito é a mudança prevista na pressão de superfície: 145 mb em seis horas!

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

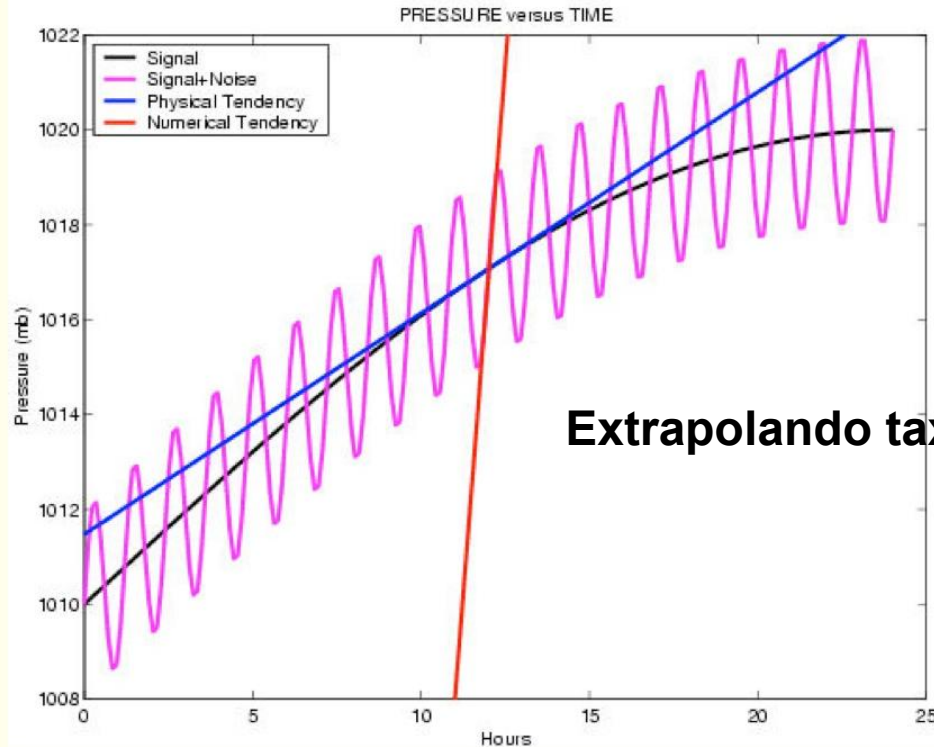
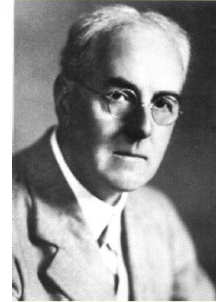
Fracasso da previsão de Richardson



- Por que esse fracasso?
- Não foi devido a números incorretos, como muitos afirmam
- Ele deu apenas **um passo no tempo**, então instabilidades numéricas não podem se desenvolver
- Em vez disso, tem a ver com as ondas rápidas

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Fracasso da previsão de Richardson

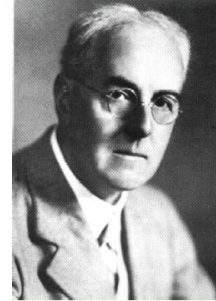


Extrapolando taxas de mudança dos ruidos

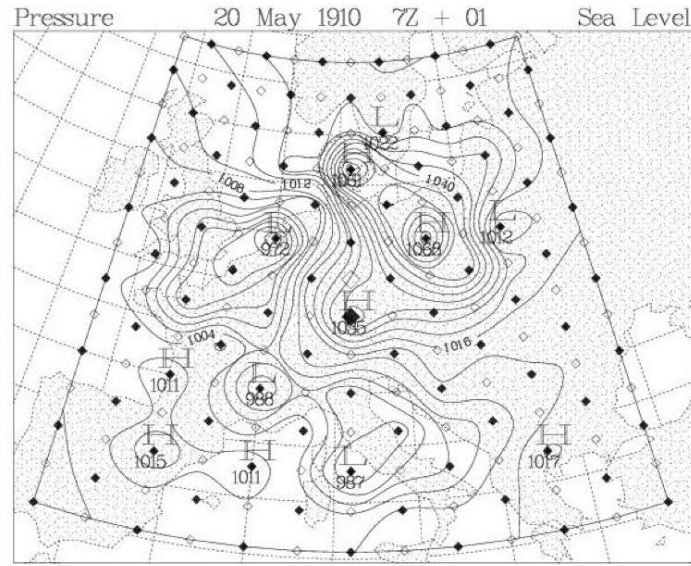
Um esquema simples ilustrando como extrapolar um sinal ruidoso é perigoso ...

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Previsão de Richardson



Forecast without Filtering

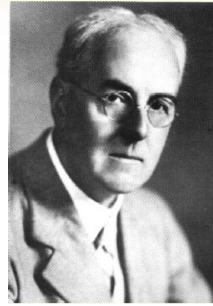


Short-range forecast of sea-level pressure, from *uninitialized data*. The contour interval is 4 hPa. Single forward time step of size $\Delta t = 3600$ s.

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Previsão de Richardson

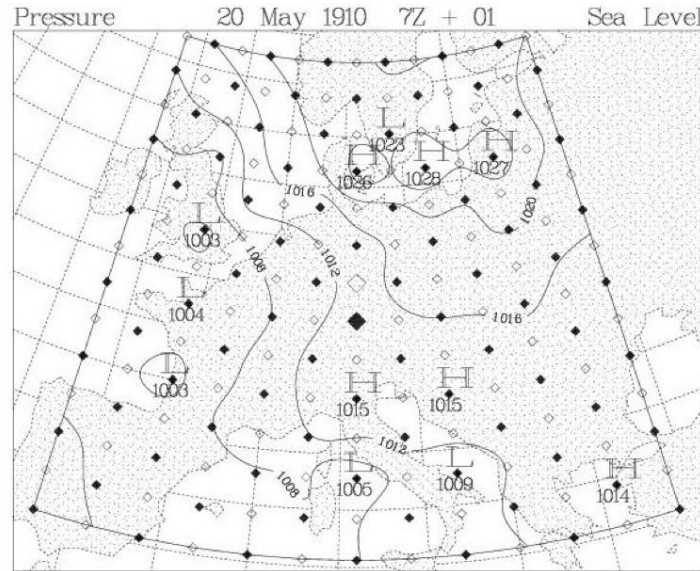
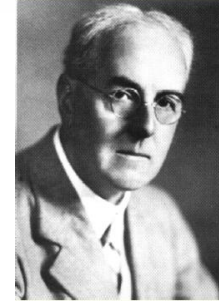
- O próprio Richardson percebeu que as **ondas gravitacionais** eram o problema.
- Ele sugeriu suavização das condições iniciais
E propôs 5 métodos diferentes para isso
- Infelizmente, ele não conseguiu implementá-los devido ao custo computacionais
Mas podemos reproduzir os resultados usando os computadores de hoje



Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Previsão de Richardson

Forecast with Filtering



“Balanceado” as condições iniciais

Short-range forecast of sea-level pressure, from *filtered data*. The contour interval is 4 hPa. Single forward time step of size $\Delta t = 3600$ s.

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Previsão de Richardson “Balanceado” as condições iniciais



O primeiro experimento NWP de sucesso

- Ondas de gravidade rápidas eram o problema:

Por que não tentar fazer previsões com um **modelo que não possui ondas gravitacionais?**
(John von Neumann, Jule Charney, Ragnar Fjortoft)

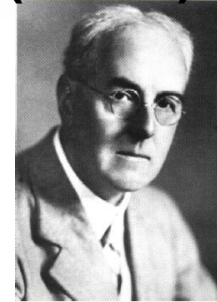
- A proposta de pesquisa propôs três usos para o NWP:
 - Previsão do tempo
 - Planejando onde fazer observações
 - Modificação do tempo!

Modelo Numérico da Atmosfera

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Previsão de Richardson “Balanceado” as condições iniciais

O primeiro experimento NWP de sucesso



ENIAC Forecast Grid

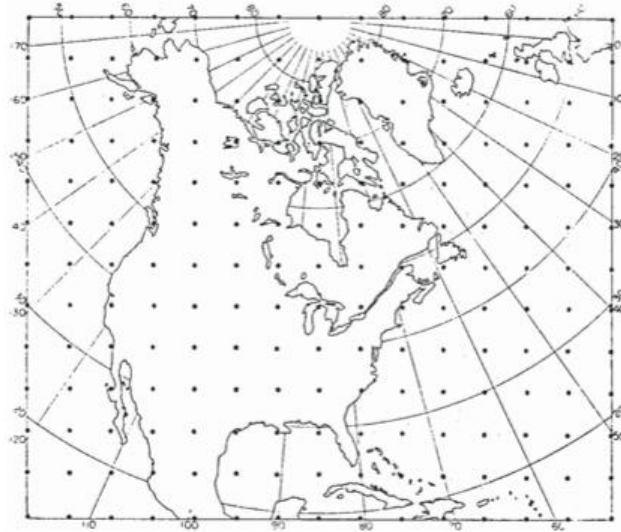


FIG. 2. Computation grid used for the ENIAC forecasts. One line is omitted from the southern edge and two lines from the remaining edges (from CFvN).

Modelo barotrópico usado (sem ondas de gravidade, sem problemas com condições iniciais desequilibradas)

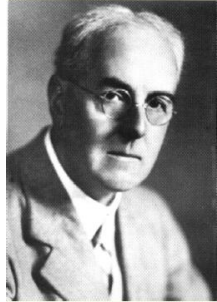
Modelo mais simples c / Rossby ondas

Temos este modelo rodando no pynchon!

Modelo Numérico da Atmosfera

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

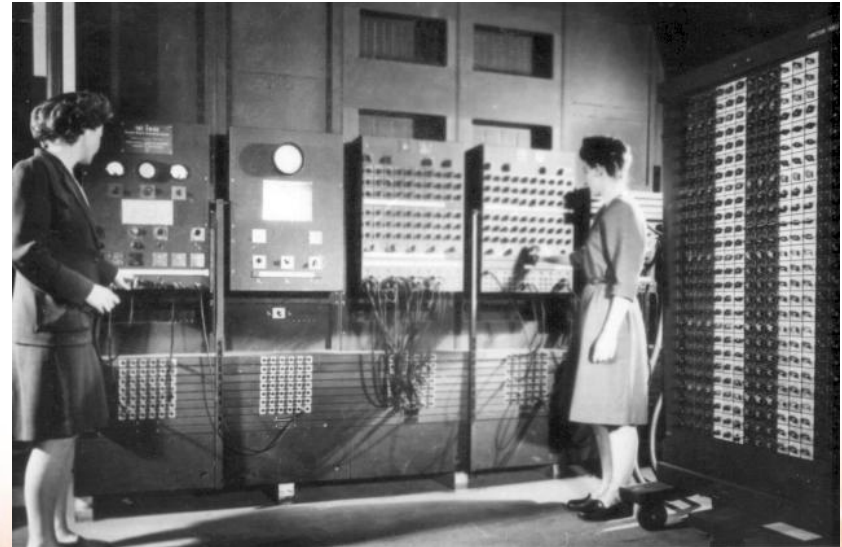
Previsão de Richardson “Balanceado” as condições iniciais



O primeiro experimento NWP de sucesso

O primeiro computador!

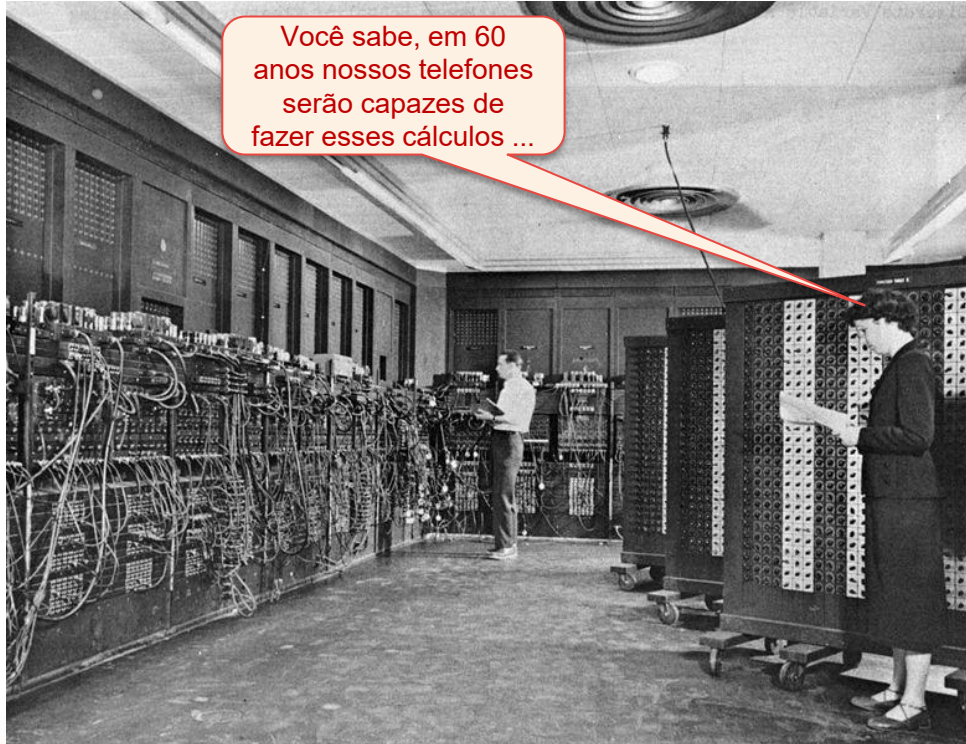
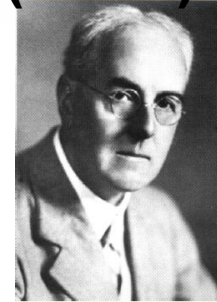
- ENIAC: O Integrador Numérico Eletrônico e o Computador



Modelo Numérico da Atmosfera

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

Previsão de Richardson



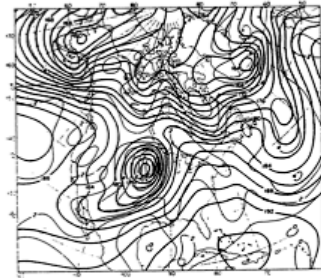
Modelo Numérico da Atmosfera

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

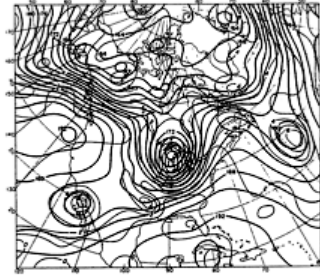
previsão de Richardson

Primeira Previsão

Condições iniciais



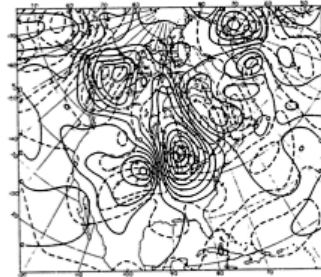
a



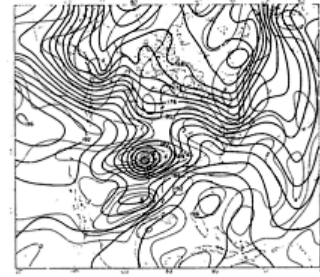
b

Altura observada
24 horas depois

Observado e
calculado
mudança de altura



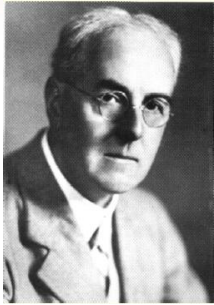
c



d

Previsão de altura 24
horas depois

Fig. 2. Forecast of January 5, 1949, 0300 GMT: (a) observed z and η at $t = 0$; (b) observed z and η at $t = 24$ hours; (c) observed (continuous lines) and computed (broken lines) 24-hour height change; (d) computed z and η at $t = 24$ hours. The height unit is 100 ft and the unit of vorticity is $1/3 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$.



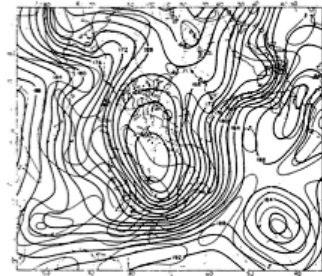
Modelo Numérico da Atmosfera

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

previsão de Richardson

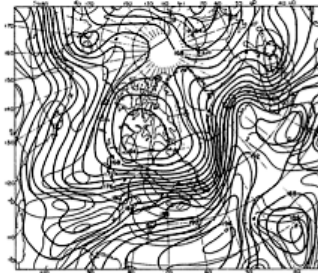
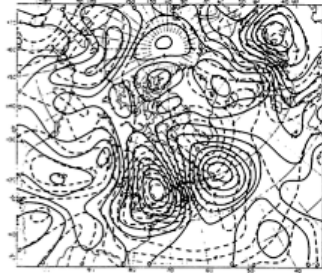
Segunda Previsão

Condições iniciais



Altura observada
24 horas depois

Observado e
calculado
mudança de altura



Previsão de altura 24
horas depois

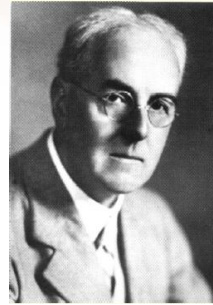


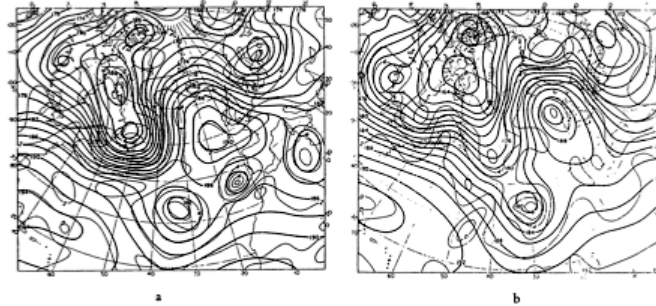
Fig. 3. Forecast of January 30, 1949, 0300 GMT. (See Fig. 2 for explanation of diagrams.)

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

previsão de Richardson

Terceira Previsão

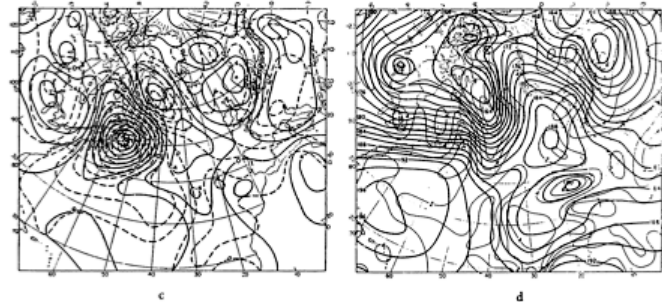
Condições iniciais



Altura observada
24 horas depois



Observado e
calculado
mudança de altura



Previsão de altura 24
horas depois

Fig. 4. Forecast of January 31, 1949, 0300 GMT. (See Fig. 2 for explanation of diagrams.)

Primeiro: Modelos de Circulação Geral (GCMs)

previsão de Richardson

Quarta Previsão

Condições iniciais

Altura observada
24 horas depois

Observado e
calculado
mudança de altura

Previsão de altura 24
horas depois

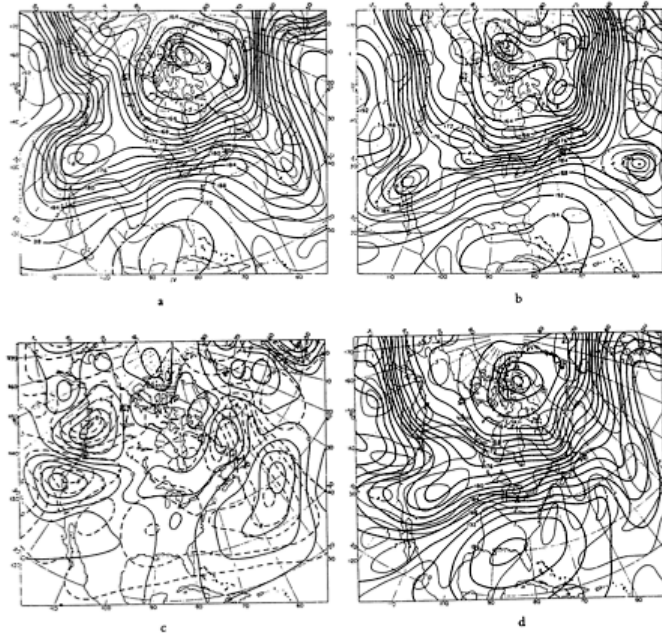


Fig. 5. Forecast of February 13, 1949, 0300 GMT. (See Fig. 2 for explanation of diagrams.)

